

武汉理工大学

硕士学位论文

基于磁悬浮转子动态特性的设计研究

姓名：张小俭

申请学位级别：硕士

专业：机械电子工程

指导教师：胡业发

20070501

摘 要

磁力轴承作为目前可应用于工程实际、且能够实施主动控制的支承部件之一，具有一般传统轴承和支承技术所无法比拟的优点，目前已在各个领域的高速旋转机械中开始应用。虽然磁力轴承的基础理论已经取得了丰硕的成果，也有成功实例，但样机在实验时实际稳定转速达不到设计工作转速，且在高速运行状态下稳定性差等问题，已经严重制约了该技术的推广应用。本文的主要内容就是针对磁悬浮转子的动态特性，解决在磁力轴承支承条件下转子系统的临界转速分析和控制问题。

本文首先利用传统转子动力学研究方法及有关理论，引入控制参数，建立了主动弹性支承的刚性转子动力学模型，分别建立了 PD 和 PID 控制下的动力学模型，证明了刚性转子模态的存在，分析了各控制参数对刚性转子临界转速的影响，并证明了积分参数不影响理想 PID 控制刚性模态，由此可以通过改变控制器的控制参数来改变低阶临界转速的值。

将转子看成是具有多质点的柔性转子模型，并把磁力轴承的复刚度装配到支承单元的传递矩阵中，建立起磁悬浮柔性转子系统模型。用 Riccati 传递矩阵法计算了磁悬浮转子系统的临界转速和稳定性。并和实验比较进行了分析。

引入 PI/PD 控制，进行了稳定性和准确性优化分析，并利用根轨迹图来确定微分常数、积分常数和积分增益的大小；进行了理论和实际的刚性转子动态特性仿真的分析，并进行了瞬态分析、谐波输入分析及扰动分析；利用凹陷滤波进行了磁悬浮刚性转子不平衡补偿的仿真分析。

通过以上研究，为磁悬浮转子技术的建模、动态特性及优化的深入研究做了一些探讨性的工作。

关键词：磁力轴承，磁悬浮转子，转子动力学，动态特性，控制，优化设计

Abstract

As one of the supporting components, which can be controlled actively, active magnetic bearing (AMB) has been widely used in many machines with high rotation speed in many kinds of fields because of its high performances beyond other traditional bearings. The basic research of the AMB has been achieved, but there are still many problems to be solved before putting them into industrial applications. One of them is bearing-rotor system dynamics and its stability. This paper will deal with these problems, and mainly focus on the critical speeds and control of the rotating machinery supported by AMB.

First, some methods and theories in traditional bearing-rotor dynamics are used, Dynamic modal of rigid magnetic suspended rotor was made, rigid rotor dynamic system model supported by AMB is given by introducing PD and PID control methods. The rigid magnetic suspended rotor mode is proved, influence of rigid magnetic suspended rotor mode by each control parameter was analyzed and integral constant doesn't influence the rigid magnetic suspended rotor mode which can be used to change the lower critical speeds by changing control parameters.

The spindle is simplified as multi-discal rotor and complex stiffness is introduced to the Riccati transfer matrix to produce flexible magnetic suspended rotor modal. The critical speeds and stability are calculated and analyzed and compared with the experiment results.

PI/PID control methods are introduced and stability and veracity are analyzed to calculate the differential constant, integral constant and integral gain. Theory and practical dynamic characteristics of rigid magnetic suspended rotor is simulated, which includes transient simulation, sine wave input simulation and disturbance simulation, unbalance compensation of rigid magnetic suspended rotor is simulated by using notch filter.

All the research contributed to the further research development of modeling, dynamic characteristics and optimization of magnetic levitated rotor technology.

Key words: Magnetic bearing, Magnetic suspended Rotor, Rotordynamics, Dynamic characteristics, Control, Optimum design

第 1 章 绪论

1.1 磁力轴承工作原理与应用

1.1.1 AMB 的基本原理

主动磁力轴承（Active Magnetic Bearing）利用可控电磁力将转轴悬浮起来，它主要由转子、电磁铁、传感器、控制器和功率放大器等组成。电磁铁安装在定子上，转子悬浮在按径向对称放置的电磁铁所产生的磁场中，每个电磁铁上都装有一个或多个传感器，以连续监测转轴的位置变化情况。从传感器中输出的信号，借助于电子控制系统，校正通过电磁铁的电流，从而控制电磁铁的吸引力，使转轴在稳定平衡状态下运转，并达到一定的精度要求。图 1-1 表明了一个主动磁力轴承系统的组成部分及其工作原理。传感器检测出转子偏离参考点

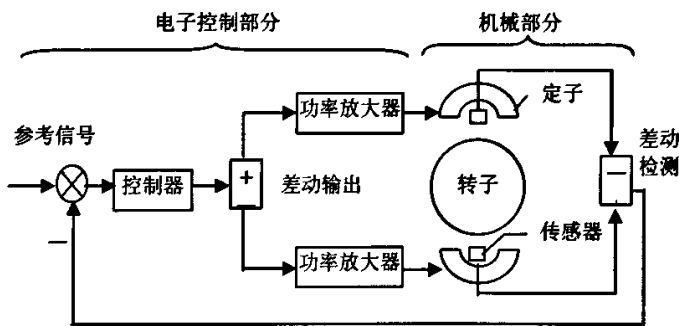


图 1-1 磁力轴承工作原理

的位移后，作为控制器的微处理器将检测到的位移转换成控制信号，然后功率放大器将这一控制信号转换成控制电流，控制电流在执行电磁铁中产生磁力从而使转子维持其稳定悬浮位置不变。悬浮系统的刚度、阻尼以及稳定性由控制系统决定。

主动磁力轴承按控制方式的不同可分为电流控制和电压控制，按支承方式的不同可分为径向磁力轴承和轴向磁力轴承。目前，在主动磁力轴承中，应用最广泛的是直流控制型磁力轴承^[4]。

主动磁力轴承的机械部分一般由径向轴承和轴向轴承组成，其一般结构如图 1-2 所示。径向轴承由定子（电磁铁）、转子构成；轴向轴承由定子（电磁铁）和推力盘构成。为克服涡流损耗，定子及转子（轴颈部分）套环均采用冲片叠成。径向轴承的电磁铁类似于电动机的定子结构，磁极数可以是 8 极、16 极或者更多。

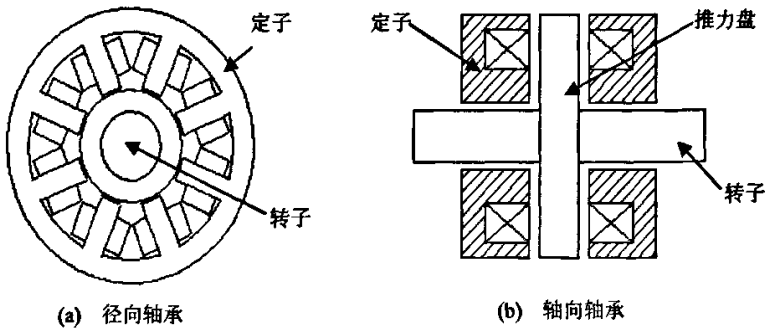


图 1-2 主动磁力轴承组成部分示意图

1.1.2 AMB 的特点

由于磁悬浮支承，实现了无机械接触，不存在摩擦，其寿命和可靠性较高，转速较高，且无需润滑和密封装置；由于支承可控，刚度和阻尼可实现运行状态在线调节，转子可自动绕惯性主轴旋转等等。

1.1.3 AMB 的应用

第一个磁悬浮的应用实例是 1937 年由肯珀（Kemper）提出来的，为此他申请了一项有关悬浮技术的专利；后来至 6、70 年代，磁悬浮技术被用于卫星导向器飞轮支承的姿态控制；70 年代末，出现了应用于涡轮机和高速机床电主轴的工业产品。

目前国外磁力轴承的应用主要集中在泵，涡轮机，离心机以及高精度机床中等等。

由于主动磁力轴承具有转子位置、轴承刚度和阻尼可由控制系统确定等优点，所以在磁悬浮应用领域中，主动磁力轴承得到了最为广泛的应用。

1.2 国内外最新发展概况

随着国内外对磁悬浮转子系统的深入研究，近年来，磁悬浮转子系统的动力学特性研究受到越来越多的关注，已经有许多人进行了这方面的工作。目前，在已经所做工作的文献中[55]定性分析了在不同扰动下转子的位移变化，电磁力和刚度的变化以及转子在高速时失控的原因，探讨了控制器参数与电磁轴承刚度及运转稳定性之间的变化关系；[56]定性分析了磁力轴承控制参数与稳定性的关系；[4]指出磁力轴承的支承刚度和阻尼是可控的；[33]得出控制器的比例和微

分环节决定了磁力轴承的刚度与阻尼，一阶惯性环节（滤波、积分）改变刚度与阻尼低频与高频内的特性；[43]分析了刚度、阻尼特性与系统结构参数与其控制器频响特性的关系；[57]主要分析了两种转子的陀螺效应对磁力轴承控制设计的影响；[14]、[15]研究了磁力轴承系统的稳定性和动态特性；[40]研究了控制器参数与刚度阻尼的线性与非线性关系；[2]、[25]研究了磁力轴承的支承特性，建立了磁力轴承的时域刚度和阻尼的一般表达式；[44]也有研究了磁悬浮支承与控制器的关系，仿真分析了频率、传感器、滤波、功放等对支承、阻尼的影响。但是各有偏重，没有综合考虑传感器、功放等控制系统环节时滞对刚度、阻尼、稳定性等动态特性的影响。

可以看出，磁悬浮支承的动力特性对转子支承系统的动力特性有重要的影响，因此，基于磁悬浮转子动态特性的优化设计的研究首先要对支承有深入的分析和研究。磁悬浮转子系统动力学分析如临界转速计算、不平衡响应分析、稳定性分析等基本内容均与之有关，为了能够准确设计系统，提高系统的性能和稳定性，[44]对磁悬浮支承动力特性参数进行实验测定和辨别。但是没有对支承及控制参数对刚性转子模态及柔性转子模态的影响进行深入的研究和分析，对控制系统的设计研究也不够深入。因此，有必要对磁悬浮支承特性进行更系统、深入、细致的研究。

对简单转子系统的分析大多是采用理论力学的分析方法，而对复杂转子系统则采用传递矩阵法和有限元法。传递矩阵法在 50 年代中期被应用于转子系统的分析和临界转速计算，并且直到现在仍然是转子动力学的主要分析手段之一。目前看来对线性转子系统的建模和分析方法已比较成熟，基于这种方法计算出的临界转速已比较接近实测结果。

文献[2]通过传递矩阵法研究了各向同性的磁悬浮转子振动模态和临界转速，并简要分析了支承刚度对临界转速的影响，但没有对固有频率、模态与控制参数之间的关系进行研究，也没有考虑陀螺力矩的影响，以及模态振型对传感器布局的影响；文献[15] [16]通过激振实验简单研究了控制参数对磁悬浮转子系统的临界转速的影响；文献[34]建立了磁力轴承—刚性转子系统的机电耦合动力学模型，着重考虑和增加了轴向磁力轴承对转子横向振动的耦合效应和由于轴颈倾斜所引起的径向磁力轴承之间的耦合效应；文献[45]利用磁力轴承动特性可以主动调节的特点，提出了根据主轴转速进行变极点配置的控制方案；文献[36]通过计算机仿真研究了基于磁力轴承支承的柔性转子过临界转速，并利用 PID 和 LQ 组合来控制柔性转子的运动和振动；文献[46]研究了铣刀及拉刀杆对高速

铣削主轴的固有频率和振型的影响;文献[47]对传感器的位置及布局进行了研究,但在布局时并没有考虑转子的振型。以上文献虽对磁悬浮转子进行了研究,但不全面,有很多问题没有考虑,如控制对动态特性的影响等。本文在文献[44]研究的基础上,对磁悬浮转子系统动态特性进行更深入的研究。

磁力轴承是利用电磁力将转子非接触地悬浮于定子几何中心,其本质是不稳定的,必须采用闭环控制。由于控制器决定着磁悬浮转子的起浮特性,因此在整个系统中,控制器的设计、调试是核心。对于转子,即使加工精度非常高,转子质量的不平衡还是难以避免的。在稳定悬浮时,转子受到外界干扰力的作用下,其动态性能及稳定性都与磁悬浮转子工作过程特性有关。文献[48]设计了基于 H_∞ 控制理论的鲁棒控制器,研究起动时系统的响应、受扰情况及控制电流和转子位移之间的关系,讨论起动性能的影响因素。文献[49]研究了在不同控制参数时,系统的静态起浮过程,不同干扰力作用下的轴心轨迹,不同控制策略下静态起浮过程的对照。文献[50]研究了在干扰力作用下,转子的稳定悬浮特性,并用 H_∞ 控制取得了不错的效果。文献[36]研究了不同控制算法下,干扰力对转子起浮特性的影响。本文在以上文献的研究基础上,对磁悬浮转子的起浮特性进行更深入更全面的研究。

1.3 论文目的与主要工作

1.3.1 目的

磁力轴承是典型的机电一体化系统,影响研制和设计过程的因素很多,因此对这种装置的研究和应用有一定的难度。在国外,磁力轴承已进入工业化应用阶段,但在国内,距离工业化应用仍有较大差距。尽管磁力轴承的基本原理研究已经取得了丰硕的成果,也有成功实例,但样机在实验时实际稳定转速达不到设计工作转速,且高速运行状态下稳定性差等问题,已经严重制约了该技术的推广应用。

对于高速磁悬浮转子系统,其转子动力学性能的分析 and 设计是直接决定整个系统性能设计的一个重要内容,其临界转速、动力学性能如何,直接影响着整个系统能否实现高转速、高精度,严重时甚至会使系统失去稳定,无法工作。因此,开展磁力轴承能否实现稳定高速的研究,首先要解决的问题就是转子系统的动力学特性和稳定性分析的问题,以及在进行了相关的理论分析之后,确定控制器的结构和设计符合理论分析结果的控制器参数。在设计过程中,对磁悬浮转子系统进行动态分析的目的和任务是为系统保证安全,提高效率,为优

化设计提供理论和技术上的支持。

磁力轴承系统的动态特性是磁力轴承支承特性与转子结构动力学特性综合作用的结果。因此,对磁悬浮转子部件进行结构动态特性分析具有重大意义。经查阅大量文献,发现还没有能够用于指导磁悬浮转子系统(转子结构、轴承设计及控制器参数设置等)设计的磁力轴承—转子系统动力学理论。本课题所提出的“基于磁悬浮转子动态特性的设计研究”,旨在研究磁力轴承支承条件下磁悬浮转子的动力学模型,分析控制系统、传感器、功放的时滞等因素对磁悬浮转子系统的刚度、阻尼等动力学特性参数的影响,以及在磁力轴承支承条件下,控制系统、转速等因素对于转子能否安全越过临界转速并保证安全运行等,并且在所作的理论研究上对转子系统结构和控制电参数进行相关的优化问题。本课题将基于转子动力学理论、现代控制理论并结合磁力轴承的特点,对磁悬浮转子系统的动力学问题进行相关的探索性研究,为磁力轴承的实际应用设计和推广提供指导依据。

1.3.2 课题支撑

本论文得到了科研项目的支撑:

1、国家自然科学基金资助项目“车载飞轮电池磁悬浮转子的基础理论及关键技术研究”(项目编号: 50676392)

1.3.3 论文安排

本文在以上项目研究的基础上,主要围绕基于磁力轴承支承的磁悬浮转子动态特性问题,以磁悬浮转子系统为中心,开展理论与实验研究。全文共有 6 章组成,论文的结构安排如下:

第 1 章是绪论,简要介绍主动磁悬浮支承技术的原理,磁悬浮转子技术的特点及工程实际中的应用,分析了磁悬浮转子技术的研究现状和国内外对磁力轴承的研究及成果。指出磁力轴承发展的趋势及对磁悬浮转子动态特性研究的必要性。最后介绍了本文选题的主要目的、论文的内容安排等。

第 2 章根据转子动力学理论,提出基于磁力轴承支承的刚性转子动力学模型,理论证明了刚性模态的存在,并仔细分析了控制参数对弹性支承下刚性磁悬浮转子临界转速的影响。

第 3 章提出了基于磁力轴承支承的柔性转子动力学模型,将控制参数引入到动力学模型中,用传递矩阵法计算分析了临界转速和振型。

第 4 章主要是对控制方式的优化仿真,对刚性转子动态特性的仿真分析以

及刚性转子不平衡的仿真实现。

第 5 章作为全文的总结与展望。总结全文所做的主要工作和所研究问题的结论，突出研究工作的创新点，并提出下一步研究要解决的问题。

第 2 章 刚性转子建模及实例分析

对于转子柔性模态频率远高于所设计的工作转速的情况时，只需要对转子进行刚性模态下的分析即可。本文主要针对磁悬浮转子在不同的控制参数下的刚性模态进行具体分析，说明各控制参数对刚性磁悬浮转子模态的影响。

2.1 刚性转子建模分析

2.1.1 数学模型的提出

对于类似如图 2-1 结构的磁悬浮转子，可以简化成如图 2-2 结构的几何模型：

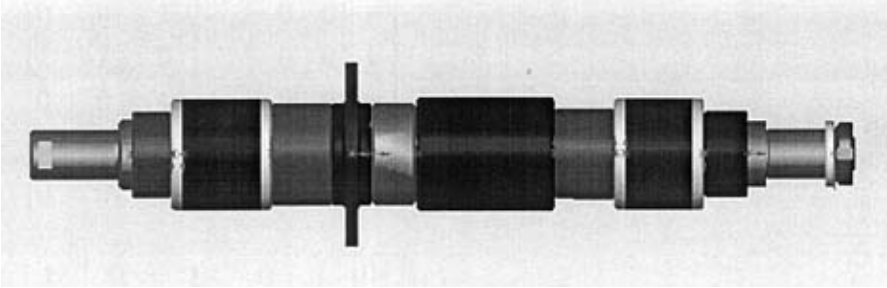


图 2-1 实际转子结构

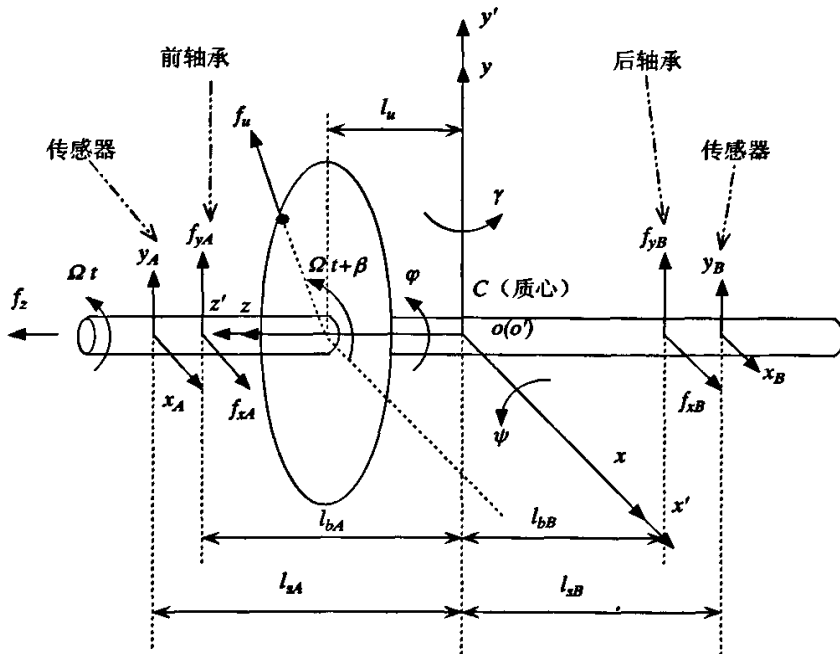


图 2-2 转子几何模型

如图 2-2, $o'-x'y'z'$ 为与定子固联的绝对坐标系, 其中, z' 轴重合于定子的几何中心轴线; $o-xyz$ 为与转子固联的坐标系, z 轴重合于转子的几何中心轴线, o 与转子的质心 C 重合, l_{bA} 、 l_{bB} 分别为前后轴承到转子质心的距离, f_{xA} 、 f_{yA} 为前轴承对转子的作用力, f_{xB} 、 f_{yB} 为后轴承对转子的作用力, l_{sA} 、 l_{sB} 分别为传感器到转子质心的距离, x_A 、 y_A 、 x_B 、 y_B 为传感器检测的转子位移输出, l_u 为推力盘 (径向轴承转子) 到质心的距离, f_u 为径向轴承转子上的质量不平衡所产生的离心力, φ 为转子绕 z 轴的角度, γ 、 ψ 分别为 z 轴在 $x'o'z'$ 和 $y'o'z'$ 平面上的投影线与 z' 轴的夹角, Ωt 为传感器检测出的转角 (Ω 为角速度), f_z 为测得的轴向力, β 为所测推力盘上的不平衡量产生的惯性离心力的初始相位, 可得:

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ x_B \\ y_B \\ Z \\ \Omega t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l_{sA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_{sA} & 0 & 0 \\ 1 & -l_{sB} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{sB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \psi \\ z \\ \varphi \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

$$\begin{pmatrix} f_x \\ T_y \\ f_y \\ T_\psi \\ f_z \\ T_\varphi \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{bA} & 0 & -l_{bB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -l_{bA} & 0 & l_{bB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_{xA} \\ f_{yA} \\ f_{xB} \\ f_{yB} \\ f_z \\ T_d \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

可以分别按顺序对应简写成:

$Y = CX, G = BF$, 其中 Y 为传感器检测输出矩阵, X 为转子质心处位移矩阵 (x 、 y 、 z 为转子质心相对于绝对坐标系 $o'-x'y'z'$ 的位移), G 为转子质心处力矢量矩阵, F 为轴承处的力矩阵。

考虑到径向和轴向运动能够近似正交, 故以下只考虑径向轴承的动力学分析。

不妨假设静悬浮状态 (转子悬浮未转动状态) 下转子的固联坐标系重合于绝对坐标系, 以绝对坐标系的原点为零势能参考位置, 转子的势能为:

$$U = -mgy \quad (2-3)$$

转子的动能为:

$T = T_K + T_R + T_U$, 分别为转子平移、转动和质量不平衡产生的动能^[10], 其中

$$T_K = \frac{m}{2} \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right) \quad (2-4)$$

$$T_R = \frac{J_r}{2} \left(\dot{\gamma}^2 + \dot{\Psi}^2 \right) + \frac{J_a}{2} \Omega \left(\gamma \dot{\Psi} - \Psi \dot{\gamma} \right) \quad (2-5)$$

如图 2-3^[39], $T_U = \frac{m_u}{2} \left(\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2 + \Omega^2 r_u^2 - 2\dot{u}_y \Omega r_u \sin \Omega t + 2\dot{u}_x \Omega r_u \cos \Omega t \right)$ (2-6)

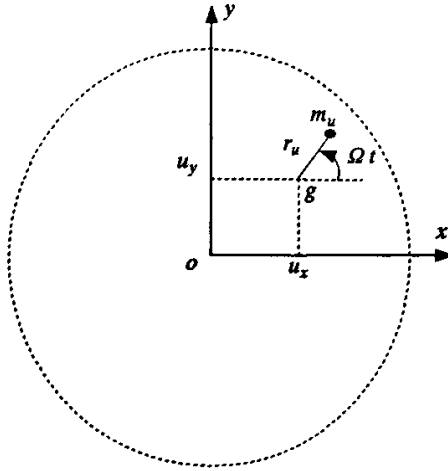


图 2-3 推力盘上的质量不平衡图

其中, m_u 为不平衡质量, r_u 为不平衡质量质心到转子几何中心 g 的距离, u_x 、 u_y 分别为推力盘处转子几何中心相对于绝对坐标系的 x 向和 y 向的位移。

由图 2-2 图 2-3 可得:

$$\begin{aligned} u_x &= x + l_u \gamma \\ u_y &= y - l_u \psi \end{aligned}$$

带入 (2-6) 式, 从而可得:

$$T_U = \frac{m_u}{2} \left((\dot{x} + l_u \dot{\gamma})^2 + (\dot{y} - l_u \dot{\psi})^2 + \Omega^2 r_u^2 - 2(\dot{y} - l_u \dot{\psi}) \Omega r_u \sin \Omega t + 2(\dot{x} + l_u \dot{\gamma}) \Omega r_u \cos \Omega t \right) \quad (2-7)$$

令 $q = \begin{pmatrix} x \\ \gamma \\ y \\ \psi \end{pmatrix}$, 利用拉格朗日方程: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_{q_i}$, 得到:

$$M \ddot{q} + \Omega G \dot{q} + f_g = B_r F_r + F_u, \text{ 其中}$$

$$M = \begin{bmatrix} m+m_u & m_u l_u & 0 & 0 \\ m_u l_u & J_r + m_u l_u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m+m_u & -m_u l_u \\ 0 & 0 & -m_u l_u & J_r + m_u l_u^2 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_r \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -J_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_a & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad f_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F_u = \Omega^2 \begin{pmatrix} r_u \sin \Omega t \\ l_u r_u \sin \Omega t \\ r_u \cos \Omega t \\ -l_u r_u \cos \Omega t \end{pmatrix},$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ l_{bA} & 0 & -l_{bB} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -l_{bA} & 0 & l_{bB} \end{bmatrix}, \quad F_r = \begin{pmatrix} f_{xA} \\ f_{yA} \\ f_{xB} \\ f_{yB} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{iA} \dot{i}_A + k_{\delta A} x_{bA} \\ k_{iA} \dot{i}_A + k_{\delta A} y_{bA} \\ k_{iB} \dot{i}_B + k_{\delta B} x_{bB} \\ k_{iB} \dot{i}_B + k_{\delta B} y_{bB} \end{bmatrix}, \quad \text{其中 } q_b = \begin{pmatrix} x_{bA} \\ y_{bA} \\ x_{bB} \\ y_{bB} \end{pmatrix} \text{ 为轴承处}$$

的位移矢量。

2.1.2 PD 控制下的刚性转子

对于最简单的 PD 控制，如图 2-4，有：

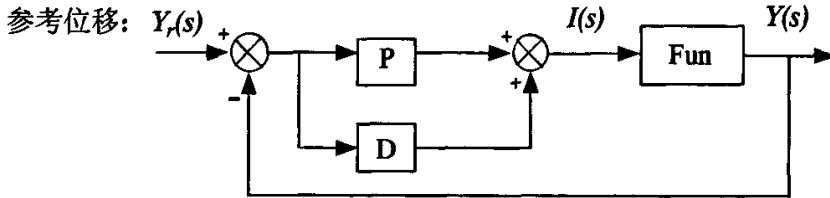


图 2-4 PD 控制下的传递函数方框图

$$I(s) = K_p (1 + T_d s) (-Y(s) + Y_r(s)) \quad (2-8)$$

即为： $i = K_p y_r + K_p T_d \dot{y}_r - K_p y - K_p T_d \dot{y}$ ，而图 2-4 中的 $y = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ ，故

$$B_r F_r = B_r \left\{ -k_i K_p C_r q - k_i K_p T_d C_r \dot{q} + k_i K_p y_r + k_i K_p T_d \dot{y}_r + k_{\delta} q_b \right\}, \quad \text{其中}$$

$$C_r = \begin{pmatrix} 1 & l_{xA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_{xA} \\ 1 & -l_{xB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{xB} \end{pmatrix}, \quad q_b = B_r^T q, \quad B_r^T \text{ 为 } B_r \text{ 的转置, 整理以上得动力学微分方}$$

程为:

$$M\ddot{q} + (\Omega G + k_i K_p T_d B_r C_r) \dot{q} + (k_i K_p B_r C_r - k_s B_r B_r^T) q = -f_s + F_u + k_i K_p B_r y_r + k_i K_p T_d B_r \dot{y}_r \quad (2-9)$$

令 $y_r = \dot{y}_r = 0, D = k_i K_p T_d B_r C_r, K = k_i K_p B_r C_r - k_s B_r B_r^T$, 则可简化为:

$$M\ddot{q} + (\Omega G + D) \dot{q} + Kq = -f_s + F_u \quad (2-10)$$

描述磁悬浮转子动力学的特征方程则为式(2-10)的齐次方程, 令

$$A_c = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}(\Omega G + D) \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}, \text{ 则式(2-10)的齐次方程可表示为}$$

$\dot{x} = A_c x$, 求解 A_c 的特征值 $\lambda_i (i=1, 2, 3, 4)$, λ_i 的虚部即为磁悬浮刚性转子的涡动频率。

这里可以看出 K 和 D 都和控制参数有关, 这是有磁悬浮转子的控制本质决定的, 下面应用实际转子结构做定性的分析。

2.1.3 PID 控制下的刚性转子

对于简单的 PID 控制, 参考图 2-4, 令参考位移 $y_r=0$, 有:

$$M\ddot{q} + (\Omega G + D) \dot{q} + K \dot{q} + Zq = F_u' \quad (2-11)$$

(2-11)为 3 次微分方程, 其中 T_i 为积分常数,

$$Z = \frac{K_p}{T_i} k_i B_r C_r, F_u' = \Omega^3 \begin{pmatrix} r_u \cos \Omega t \\ l_u r_u \cos \Omega t \\ -r_u \sin \Omega t \\ l_u r_u \sin \Omega t \end{pmatrix}, \text{ 令 } x' = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix},$$

$$A_c' = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -M^{-1}Z & -M^{-1}K & -M^{-1}(\Omega G + D) \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

则有当 $F_u' = 0$ 时, $\dot{x}' = A_c' x'$ 。同样的做转子的自然频率图, 发现无论怎么改变 T_i , 所得自然频率图除了增加 $P=0$ (转速为零) 之外, 皆如图 2-6 所示, 说明 A_c' 中必有实数特征值, 下作证明:

假设 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为式(2-12)的 3 组特征值, 则满足 $[\lambda_i I - A_c'] = 0, (i=1, 2, 3)$, 将 A_c' 带入得:

$$\begin{vmatrix} \lambda_1 & -I & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -I \\ M^{-1}Z & M^{-1}K & \lambda_3 + M^{-1}(\Omega G + D) \end{vmatrix} = \lambda_1 [\lambda_2 (\lambda_3 + M^{-1}(\Omega G + D)) + M^{-1}K] + M^{-1}Z = 0$$

(2-13)

则 $\bar{\lambda}_1$ 也必为方程(2-13)的特征值, 带入得:

$\bar{\lambda}_1 [\lambda_2 (\lambda_3 + M^{-1}(\Omega G + D)) + M^{-1}K] + M^{-1}Z = 0$, 两式相减, 得:

$(\lambda_1 - \bar{\lambda}_1) [\lambda_2 (\lambda_3 + M^{-1}(\Omega G + D)) + M^{-1}K] = 0$, 观察上式而

$[\lambda_2 (\lambda_3 + M^{-1}(\Omega G + D)) + M^{-1}K] = 0$ 刚好为 PD 控制方式下的特征值方程, 加入积分的影响, 增加了新的特征值, 则必有 $\lambda_1 - \bar{\lambda}_1 = 0$, 则 λ_1 为实数特征值, 故所对应的转速为零, 而积分系数不包含在两式相减后的方程中, 由此证明积分系数对刚性磁悬浮转子的模态无影响。

2.1.4 实例分析

给出实际的转子的参数:

$L_{bB}=0.098\text{m}$, $L_{bA}=0.1001\text{m}$, $L_{SB}=0.1295\text{m}$, $L_{SA}=0.1301\text{m}$, 质量 $m=4.94\text{ kg}$, 直径转动惯量 $J_r=0.0356\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 极转动惯量 $J_a=0.001794\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 前轴承定子电磁铁单磁极面积 $A_a=3.41\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$, 后轴承定子电磁铁单磁极面积 $A_b=2.86\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$, 前后轴承偏置电流均为 $I_0=1.5\text{A}$, 给定前轴承的比例控制系数 $K_{ap}=20000$, 前轴承的微分常数 $T_{ad}=0.001$, 后轴承的比例控制系数 $K_{bp}=20000$, 后轴承的微分常数 $T_{bd}=0.001$, 匝数 $N=192$, 单边气隙为 0.3 mm 。

应用上述电磁力的线性化公式计算得到前后轴承的电流位移系数、力位移系数分别为:

$k_{iA}=194.59\text{ N/A}$, $k_{\delta A}=-0.973\cdot 10^6\text{ N/m}$, $k_{iB}=163.20\text{ N/A}$, $k_{\delta B}=-0.816\cdot 10^6\text{ N/m}$,

编制 Matlab 程序 (附录), 得出转子随转速变化的自然频率图 (图 2-5、2-6):

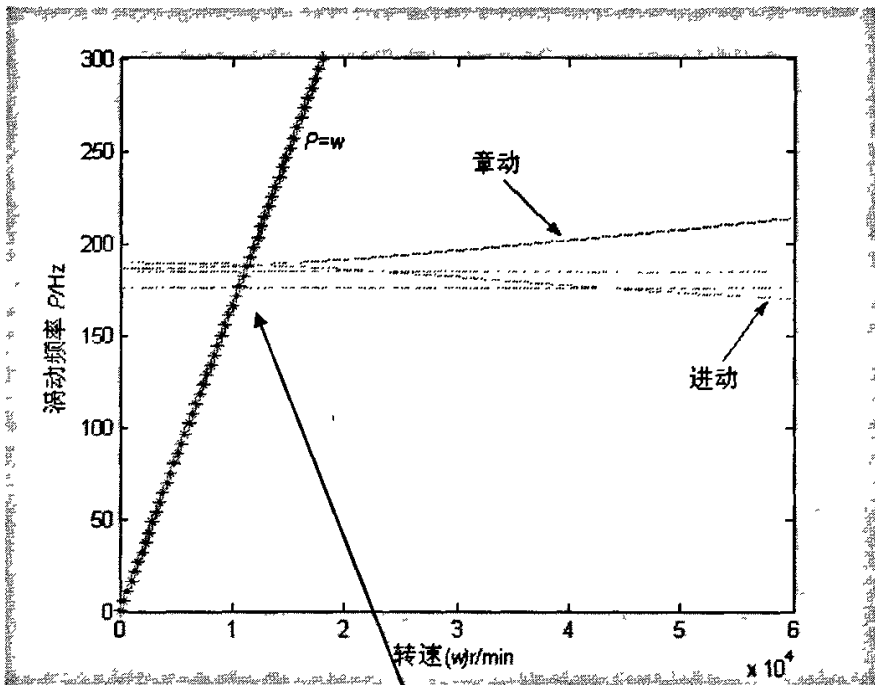


图 2-5

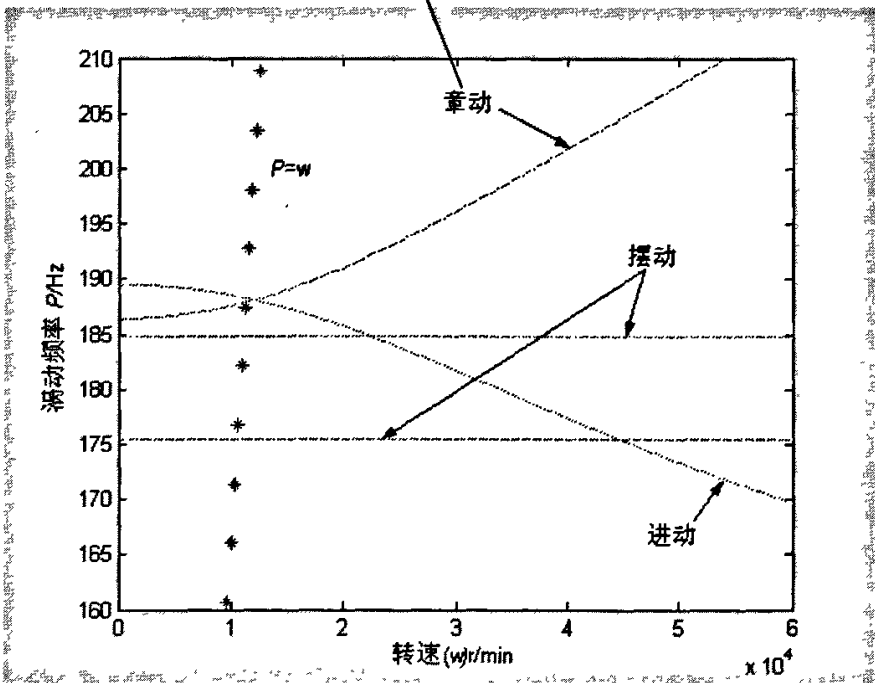


图 2-6 局部放大

如图 2-5、2-6, $P=w$ 线与涡动频率的交点即为刚性转子的临界转速, 由于

$\frac{J_a}{J_r} = 0.0504$ ，值较小，陀螺效应较小，故前几阶临界转速比较接近；在转速为 0

时，章动（前向涡动）和进动（后向涡动）的频率不一致，并且存在两个摆动频率（前向涡动摆振、后向涡动摆振），且不随转速而改变；这是由于前后轴承的结构不一致，使得前后轴承的电流位移系数、力位移系数不一致造成的。当选取后轴承与前轴承相同的结构时，得图 2-7 所示。

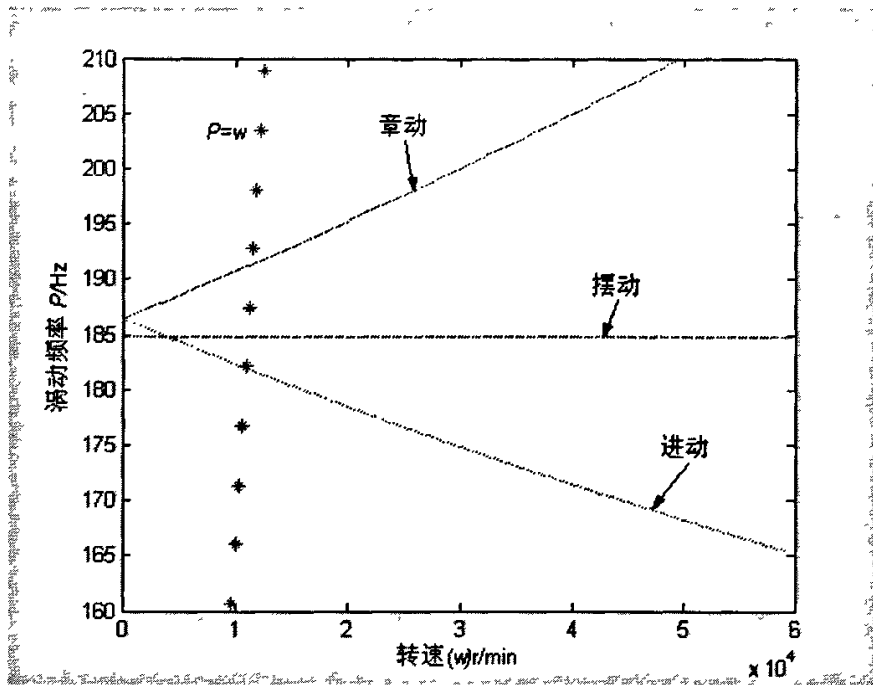
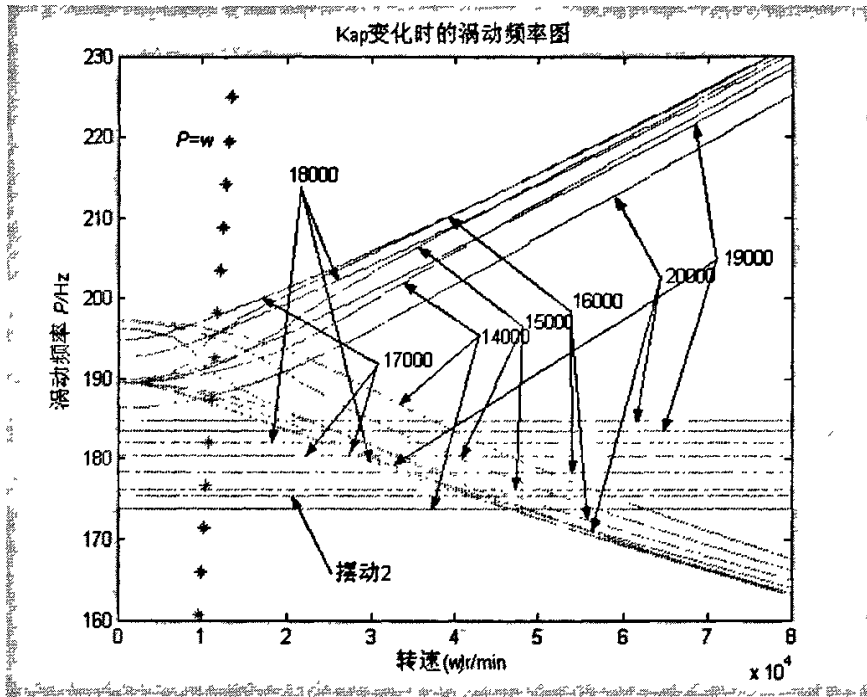


图 2-7 前后轴承一致


 图 2-8 K_{ap} 变化时的涡动频率图

如图 2-8, 当固定其他参数, 而只增加控制前轴承的 K_{ap} 时, 后轴承的摆动频率不随转速变化(摆动 2); 前向涡动摆振频率增加; 章动频率先增后发生跳跃($K_{ap}=17000$), 再减; 进动频率随 K_{ap} 增加而减小, 在 K_{ap} 为 17000~20000 之间变化不明显。这是由于改变 K_{ap} 时, 同时改变了比例控制系数(K_{ap})和微分控制系数($K_{ad}=K_{ap} \cdot T_{ad}$)。

当固定其他参数只改变控制前轴承的微分常数 T_{ad} 时, 章动频率随 T_{ad} 的减小而增大, 在 $\omega > 60000 \text{ rpm}$ 时进动随 T_{ad} 减小而增加; 前向涡动摆振频率增加, 且不随转速变化; 后向涡动摆振频率(摆动 2)不变, 如图 2-9 所示。

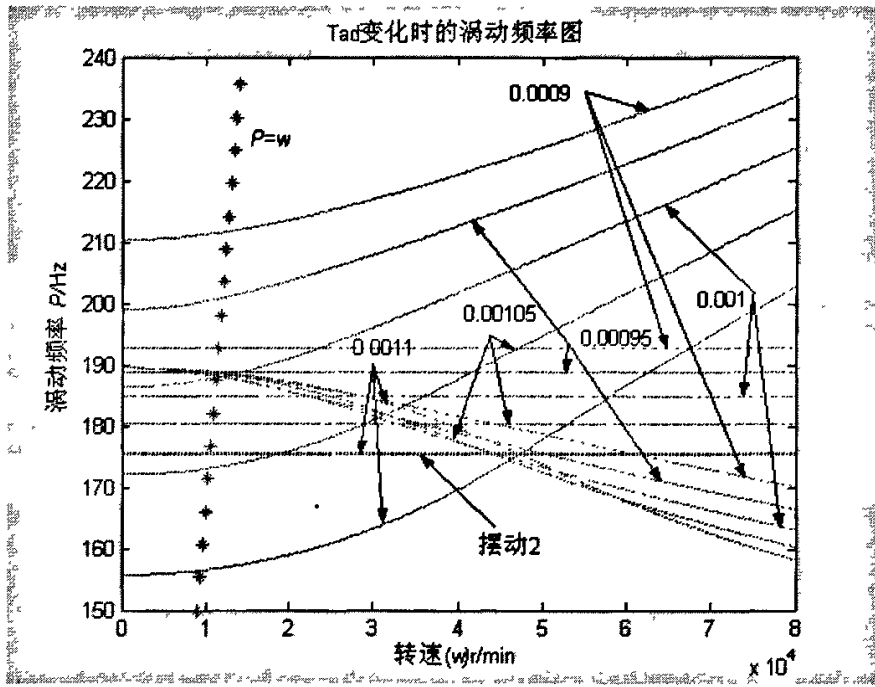


图 2-9 T_{ad} 变化时的涡动频率图

对于只改变控制后轴承的 K_{bp} 和 T_{bd} 时, 涡动频率变化和前轴承情形类似, 如图 2-10、2-11。

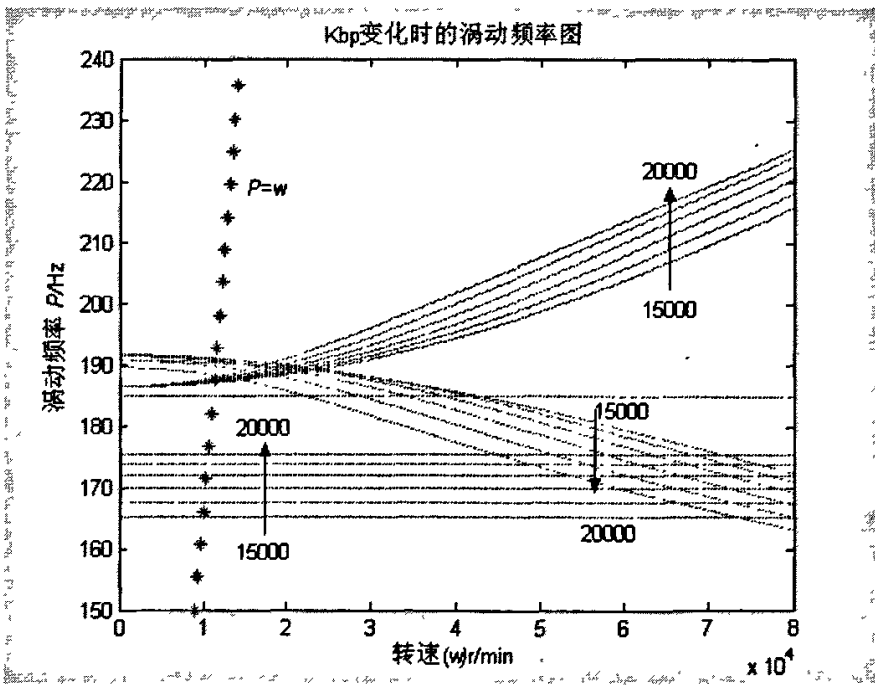


图 2-10 Kbp 变化时的涡动频率图

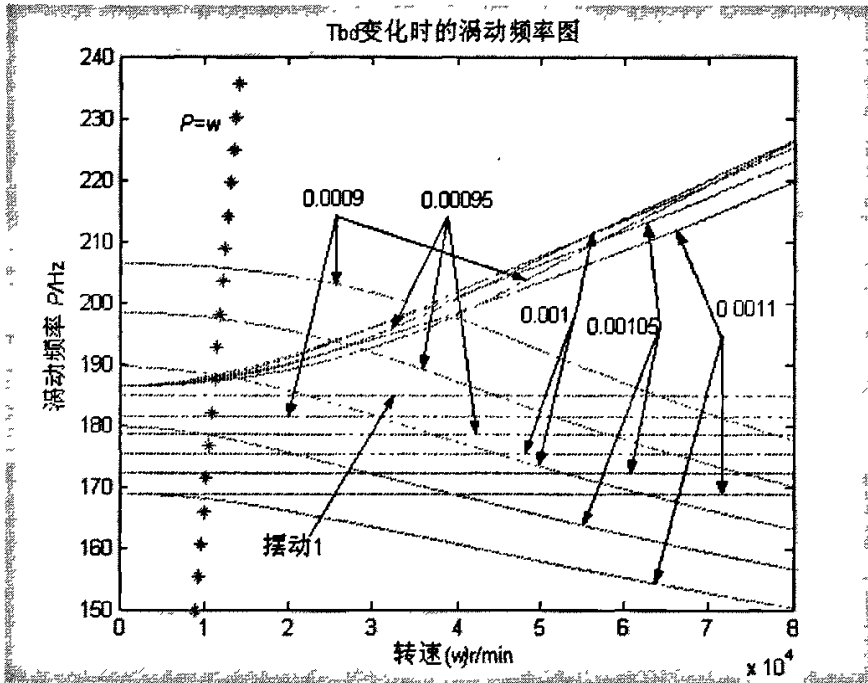


图 2-11 Tbd 变化时的涡动频率图

以上图 2-5 至图 2-11 均是在 PD 控制下的分析，对于理想的 PID 控制，所得结果一致。对于实际的转子，模态频率由控制参数等决定。但由于结构所限，第一阶柔性模态频率也不会超过 46000rpm，如图 3-13。对于理想的 PID 控制来说，第一阶柔性模态频率仅约为 32400rpm。因此，对于刚性转子的建模，当转速>32400rpm 就不适用了。对于实际的转子结构，在控制系统的参数选定以后可以先通过各种参数的结果比较来选定满足实际需要的一组参数。

2.2 小结

以传统转子动力理论为基础，引入控制参数，建立了机电耦合的弹性支承的刚性转子动力学模型，分别建立了 PD 和 PID 控制下的动力学模型，证明了刚性转子模态的存在，分析了各控制参数对刚性转子临界转速的影响，并证明了积分参数不影响理想 PID 控制刚性模态，由此可以调整控制参数来选定满足实际需要的一组参数。

第3章 基于弹性支承的柔性转子建模及分析

磁悬浮主轴系统动态特性是磁力轴承支承特性与转子结构动力学特性综合作用的结果。

磁力轴承是利用磁场力实现转子稳定悬浮的一种新型轴承,与其它种类轴承一样,磁力轴承必须具有足够的动刚度以保证转子系统可靠地运行。而应用有限元分析软件 Ansys 求解固有频率时,无法考虑磁力轴承控制系统的特性。由于磁力轴承的刚度与阻尼主要是由控制系统决定的,并且在转子运行中它们是变化的,因此必须考虑支承刚度对转子结构动态特性的影响。为此本章运用传递矩阵法,在考虑可变支承刚度的情况下分析其转子的固有频率和振型。

临界转速分析是磁悬浮转子支承系统设计中最重要内容之一。临界转速分析的目的在于确定转子支承系统的各阶临界转速,并按照经验或磁力轴承的支承特性,调整这些临界转速的分布,使其适当偏离机械的工作转速,以获得可靠的转子动态性能。

对于主动控制的弹性支承下的 AMB 的临界转速和模态振型的计算主要还是通过传递矩阵法来实现。

磁力轴承采取何种控制方式,控制系统的作用只是在为转子支承提供合适的刚度和阻尼,最终是通过改变支承处的刚度与阻尼来改变转子的结构动态特性。本章在分析磁力轴承支承特性的基础上进行基于弹性支承的磁悬浮转子结构动态特性的分析,将对转子结构特性进行数值优化。

3.1 柔性转子数学模型的建立

3.1.1 转子单元离散化

根据振动理论,理想弹性体振动的最简单的几种情形可通过讨论得到其问题的精确解,但对复杂系统,要求出其准确解就不那么容易了。在这种情况下,将连续系统离散化,即把具有无限多个自由度的连续模型离散为有限个自由度的系统,并由此求出连续系统近似解的方法就成为工程中的一种切实可行的方法。

由转子动力学^[17]可知,当转子系统的支承为各相同性时,若不计阻尼,对于轴对称的转子,发生弯曲振动时轴的扰曲线是平面曲线,轴线上各点的涡动轨迹是一些不同半径的圆周。因此,只要分析转子在通过轴线的一个平面内的

横向弯曲振动模态，就可以得到转子系统的临界转速和相应的振型。

将转子离散化，任一转子系统的计算模型可以由集中到节点上的圆盘、轴段和支承等若干种典型构件所组成的。按照传递矩阵法，先建立这些典型构件两端截面的状态矢量之间的传递关系式，再利用两相邻端面连续条件，得到整个转子两端面的状态矢量之间的关系式。通过对能满足边界条件的涡动频率的

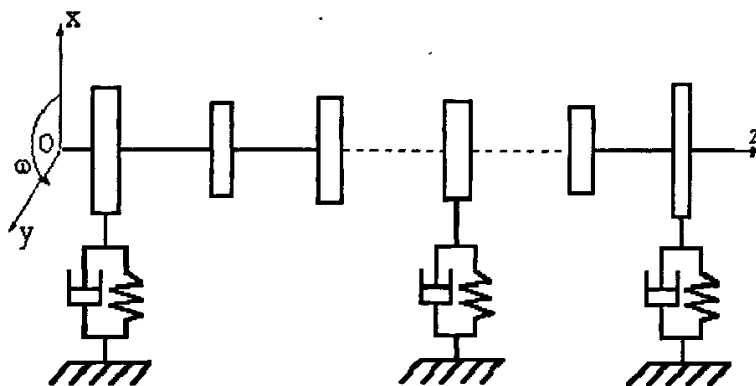


图 3-1 具有各向同性支承的转子计算模型

搜索，求得转子的各阶临界转速。计算转子在给定转速下由不平衡质量激励引起的振动，就可求得转子的不平衡响应。

取右手坐标系 $o-xyz$ ， o 点（坐标原点）在转子的左端， oz 轴沿转子轴线向右，从 z 轴端部看，转子以角速度 ω 作逆时针方向旋转（参见图 5-1）。现研究转子在平面 xoz 内的振动。

对于转子的第 i 个截面，其状态矢量为 Z_i ，它由截面的径向位移 y_i 、挠度 θ_i 、弯矩 M_i 和剪力 Q_i 的幅值所组成，记作

$$Z_i = [y, \theta, M, Q]^T \quad (3.1)$$

它与截面 $i+1$ 的状态矢量 Z_{i+1} 之间存在一定的关系，即

$$Z_{i+1} = T_i Z_i \quad (3.2)$$

式中， T_i 称为两截面之间构件的传递矩阵。当状态矢量有 r 个元素时， T_i 为 r 阶方阵，它的各元素可通过分析构件上的受力和变形关系求得。下面以集中质量单元为例，推导其传递矩阵，其它单元传递矩阵直接给出。图 5-2 为集中质量单元点受力图。

3.1.1.1 集中质量单元点的传递矩阵

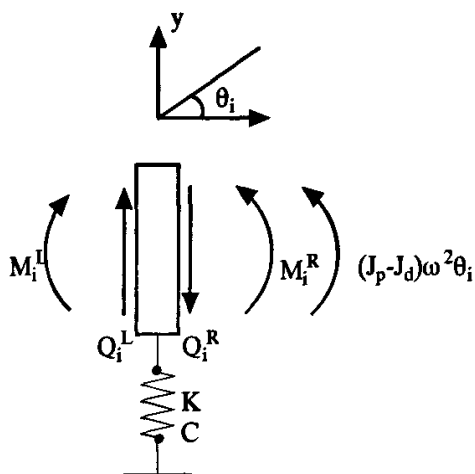


图 3-2 集中质量点的受力分析

对图 3-2 中的质量单元应用达朗伯原理，得：

$$\begin{aligned} Q_i^R &= Q_i^L + m_i \omega^2 y_i - K_j y_i - C_j \dot{y}_i \\ M_i^R &= M_i^L - (J_d - J_p) \omega^2 \theta_i \end{aligned} \quad (3-3)$$

从而有：

$$\begin{pmatrix} y_i^R \\ \theta_i^R \\ M_i^R \\ Q_i^R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (J_p - J_d) \omega^2 & 1 & 0 \\ m_i \omega^2 - K_j & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_i^L \\ \theta_i^L \\ M_i^L \\ Q_i^L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C_j \dot{y}_i^L \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

式中 m_i ——第 i 单元的质量 (kg)
 ω ——模型的振动圆频率 (rad/s)
 K_j ——支承刚度 (N/m)
 C_j ——支承阻尼

3.1.1.2 无质量等直径轴段单元的场传递矩阵

传递矩阵为

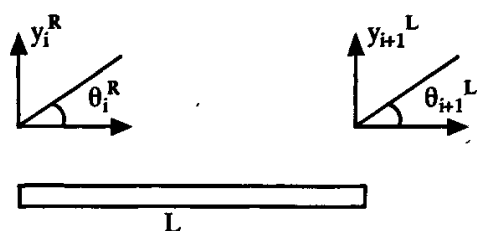


图 3-3 无质量等直径轴段的受力分析

$$\begin{pmatrix} y_{i+1}^L \\ \theta_{i+1}^L \\ M_{i+1}^L \\ Q_{i+1}^L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l_i & \frac{l_i^2}{2E_i I_i} & \frac{l_i^3}{6E_i I_i}(1-\nu_i) \\ 0 & 1 & \frac{l_i}{E_i I_i} & \frac{l_i^2}{2E_i I_i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_i^R \\ \theta_i^R \\ M_i^R \\ Q_i^R \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

式中 l_i —— 第 i 单元的轴段长度 (m)
 E_i —— 拉压弹性模量 (Pa)
 I_i —— 截面惯性矩 (m²)
 ν_i —— 泊松比

3.1.2 Riccati 传递矩阵法

在传递矩阵法中, 链状结构模型的各个集中质量单元或梁单元等的左右两端, 由表征每一单元力学特性的单元传递矩阵联系着两端的状态矢量, 即

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i^R = T_i \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i^L, \text{ 因为 } \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i^L = \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_{i+1}^R,$$

所以对整个模型的各单元逐一顺次传递, 则有总传递矩阵 T 联系了始末两个状态矢量, 即

$$Z_{N+1}^R = \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_{N+1}^R = T \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_0^L = T_N T_{N-1} \cdots T_1 T_0 Z_0^L \quad (3-6)$$

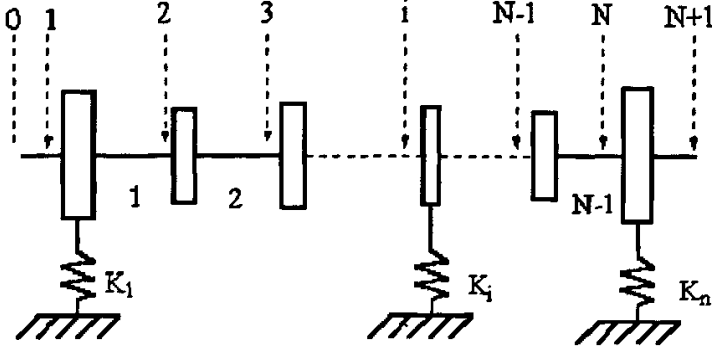


图 3-4 计算临界转速的集中化模型

对于图 3-4 的计算模型，左段的边界条件为： $M_0=0, Q_0=0$ 。因此，对于任意截面 $i(i=1,2,3,\dots,N,N+1)$ 有

$$Z_i = A_{i-1} Z_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}_{i-1} Z_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix}_{i-1} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix}_0 \quad (3-7)$$

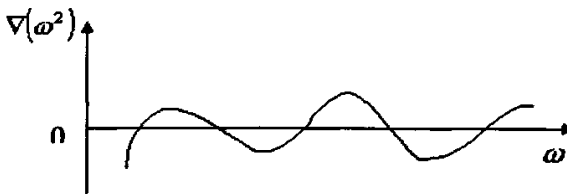
对于最右端截面 $N+1$ ，有上式可知

$$\begin{Bmatrix} M \\ Q \end{Bmatrix}_{N+1} = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix}_0 \quad (3-8)$$

在此截面上应满足边界条件 $M_{N+1}=0, Q_{N+1}=0$ 。由此得到转子系统作同步正进动时的频率方程式，即临界转速的方程式为

$$\nabla(\omega^2) = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix}_{N+1} = 0 \quad (3-9)$$

通常采用一种称为频率扫描频率搜索的试探方法求解此频率方程式，这就是传统的传递矩阵法。图 3-5 是剩余量值 $\nabla(\omega^2)$ 与试探频率 ω 的关系曲线，曲线和横坐标的交点就是频率方程式的根，即转子的各阶临界角速度。可以证明这曲线是连续的。


 图 3-5 是剩余量值 $\nabla(\omega^2)$ 与试探频率 ω 的关系曲线

传统的传递矩阵法具有程序简单、计时少和所需内存小等显著优点，得到了广泛应用。但是，随着试算频率的提高，运算的精度会降低。这在计算大型轴系时尤为突出。其原因是传递矩阵中的大部分元素含有 ω^2 项，当试算高阶模态时， ω 值大，若结点数 N 又很多，则式 (3-7) 中 A_N 的条件数会变得很大。在计算频率方程式 (3-8) 和相应振型时，要计算两个相近的大数的差值，将导致计算精度的下降，有时甚至会使有效数字丧失殆尽。这种数值不稳定现象，首先发生在计算振型时，表现为轴系尾部幅值的急剧增加，接着频率方程式的根也开始发生错误，或者遗漏等。

为了改善传递矩阵法的数值稳定性，本文运用 Riccati 变换，把原来微分方程式的两点边值问题变换成一点初值问题，从而在保留传统传递矩阵法所有优点的同时，从根本上提高了传递矩阵法的数值稳定性。

Riccati 传递矩阵法把状态矢量的 N 个元素分成 f 和 e 两组，即

$$Z_i = \begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix}_i \quad (3-10)$$

式中， f 由对应于在起始截面状态矢量 Z_0 中具有零值的 $N/2$ 个元素组成； e 由其余的 $N/2$ 个互补元素组成。例如，对于左端为自由端的转子，有边界条件 $M_1=0$ ， $Q_1=0$ 。故有 $f_1=[M, Q]^T_1=0$ ， $e_1=[y, \theta]^T_1$ 。相邻两个截面的状态矢量之间的关系，可改写为

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ u_3 & u_4 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix}_i \quad (3-11)$$

把式 (3-11) 展开，得到

$$\begin{cases} e_{i+1} = u_{1i}e_i + u_{2i}f_i \\ f_{i+1} = u_{3i}e_i + u_{4i}f_i \end{cases} \quad (3-12)$$

引入如下 Riccati 变换

$$f_i = S_i e_i \quad (3-13)$$

S_i 称为 Riccati 矩阵，它是一个 $N/2 \times N/2$ 的方阵。将上式代入式 (3-12)，就得到

$$e_i = [u_{1i} + u_{2i}S_i]^{-1} e_{i+1} \quad (3-14)$$

$$f_{i+1} = [u_{3i} + u_{4i}S_i][u_{1i} + u_{2i}S_i]^{-1} e_{i+1} \quad (3-15)$$

对比式 (3-13) 和式 (3-15)，可知这就是 Riccati 传递矩阵的递推公式。

$$S_{i+1} = [u_{3i} + u_{4i}S_i][u_{1i} + u_{2i}S_i]^{-1} \quad (3-16)$$

由起始截面的边界条件知 $f_1=0$, $e_1 \neq 0$, 故有初值 $S_1=0$ 。在已知 μ_1 , μ_2 , μ_3 , μ_4 的条件下, 反复利用式 (3-16), 就可以顺次递推得到 $S_1, S_2, \dots, S_{N+1}$ 。

对于右端截面 $N+1$ 则有

$$f_{N+1} = S_{N+1} e_{N+1} \quad (3-17)$$

由右端的边界条件 $f_{N+1}=0$ 及 $e_{N+1} \neq 0$, 故式 (3-17) 有非零解的条件为

$$|S|_{N+1} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix}_{N+1} = 0 \quad (3-18)$$

这就是系统的频率方程式。可用频率扫描法加以求解, 即在所研究的转速范围内, 以一定的步长选取试算频率, 用式 (3-18) 递推, 算得剩余量 $|S|_{N+1}$ 的值, 就可以画出图 3-6 那样剩余量 $|S|_{N+1}$ 随频率变化的曲线, 曲线和横坐标的各个交

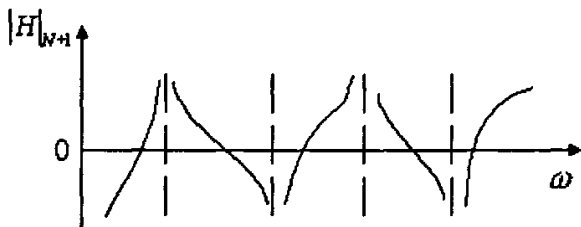


图 3-6 剩余量 $|H|_{N+1}$ 随频率变化曲线

点就是所求的各阶临界角速度。

求得临界角速度后, 由式 (3-17) 的齐次式解出比例解, 即

$$\begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix}_{N+1} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix}_{N+1} = 0 \quad (3-19)$$

再利用式 (3-14) 从右向左递推, 就可以求出与此临界转速相应的模态振型。

$$\theta_{N+1} = -\left(\frac{s_{11}}{s_{12}}\right) y_{N+1} = -\left(\frac{s_{21}}{s_{22}}\right) y_{N+1} = -\mu y_{N+1} \quad (3-20)$$

$$e_{N+1} = \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix}_{N+1} = \begin{Bmatrix} 1 \\ u \end{Bmatrix} y_N \quad (3-21)$$

3.2 计算实例分析

下图 3-7 是实验室所开发的磁悬浮轴承转子的结构简图, 其径向的轴心位置由位置传感器检测, 为了使轴心位置保持在所定的中心处, 采用了主动反馈控

制。

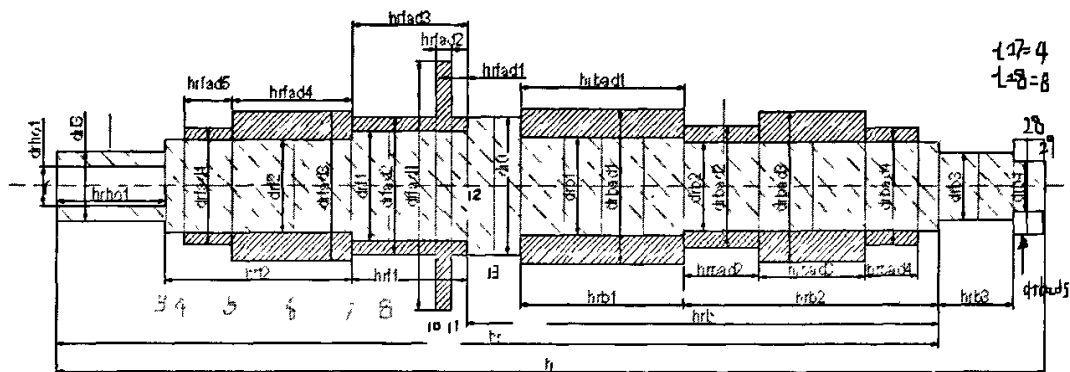


图 3-7 磁悬浮主轴转子部件

将一对（水平方向和上下方向各一组）径向磁悬浮轴承分别装在轴的前端和后端。在轴向安装推力磁悬浮轴承，以后端的位置传感器进行反馈控制。在轴的中央装有变频电机。

为了进行磁悬浮主轴转子系统的结构分析，用前节介绍的传递矩阵法进行计算。先将转子离散为有限个单元。把主轴视为由 28 根梁单元连接而成，在轴上共有 29 个质量单元，如表 3-1 所示。在三个磁悬浮轴承中，起到弹簧与阻尼作用，而引起径向振动问题的只有左右两个径向轴承。

由于阻尼比较小，在计算低阶固有频率时，影响又不大，为了简化计算，这里假定 $C_{左}=C_{右}=0$ ，可求解模型的固有频率。

节点 序号	轴段长度 (mm)	轴段直径 (mm)	质量块外径 (mm)	支承刚度 (N/ μ m)	集总质量 (kg)
1	20.5000	25	25	0	0.0269
2	20.5000	25	25	0	0.0539
3	7.0000	34.0000	34.0000	0	0.0517
4	18.0000	34.0000	42.0000	0	0.1220
5	22.5000	34.0000	54.4000	0	0.3012
6	22.5000	34.0000	54.4000	K1	0.4079
7	13.0000	40.0000	50.0000	0	0.3035
8	13.0000	40.0000	50.0000	0	0.1991
9	6.0000	40.0000	50.0000	0	0.1455
10	6.0000	40.0000	90.0000	0	0.1948
11	6.0000	40.0000	50.0000	0	0.1948
12	10.0000	50.0000	50.0000	0	0.1225
13	10.0000	50.0000	50.0000	0	0.1532

14	15.2500	35.4000	56.0000	0	0.2231
15	15.2500	35.4000	56.0000	0	0.2930
16	15.2500	35.4000	56.0000	0	0.2930
17	15.2500	35.4000	56.0000	0	0.2930
18	14.0000	32.0000	44.0000	0	0.2295
19	14.0000	32.0000	44.0000	0	0.1660
20	20.0000	32.0000	54.4000	0	0.2643
21	20.0000	32.0000	54.4000	K2	0.3626
22	10.0000	32.0000	42.0000	0	0.2353
23	10.0000	32.0000	42.0000	0	0.1081
24	8.0000	32.0000	32.0000	0	0.0791
25	14.0000	24.0000	24.0000	0	0.0498
26	14.0000	24.0000	24.0000	0	0.0494
27	4.0000	18.0000	32.0000	0	0.0372
28	9.0000	18.0000	32.0000	0	0.0408
29		0	0	0	0.0089

表 3-1 离散化的磁悬浮转子各段几何参数表

采用传统的传递矩阵法计算如下：

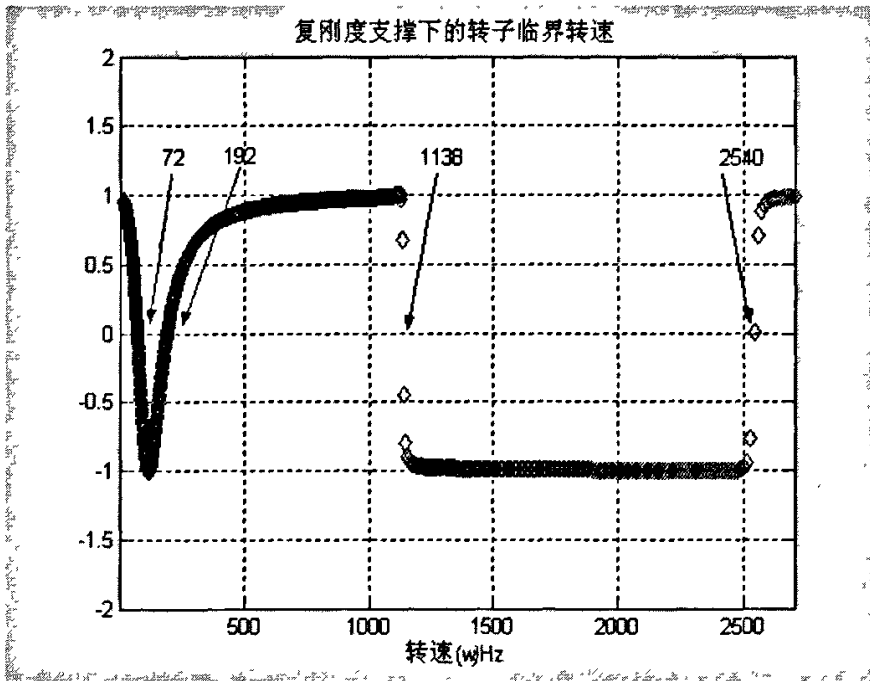


图 3-8

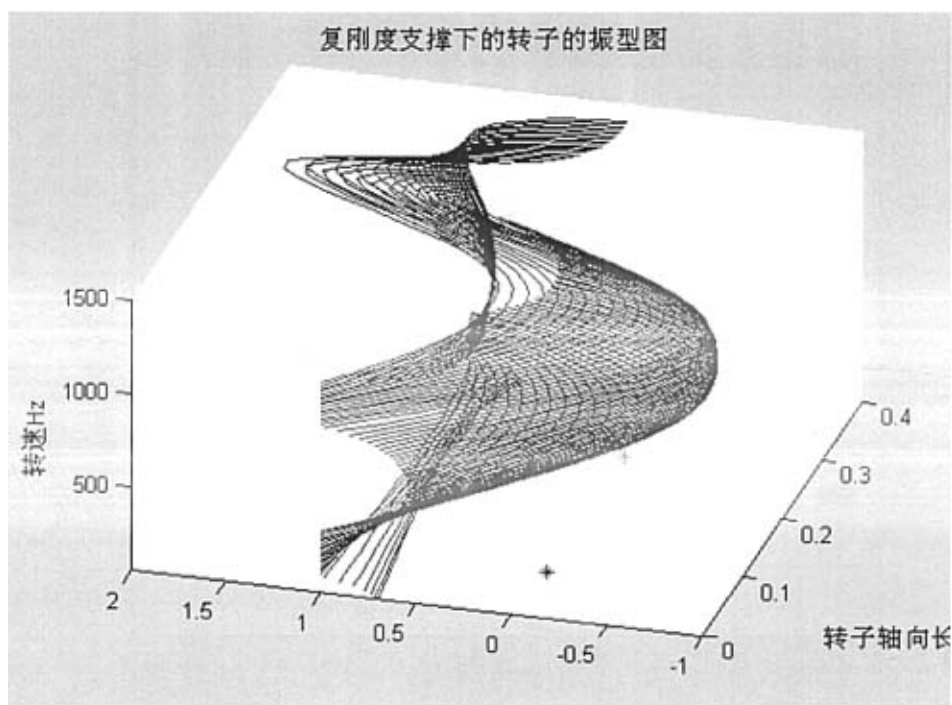


图 3-9

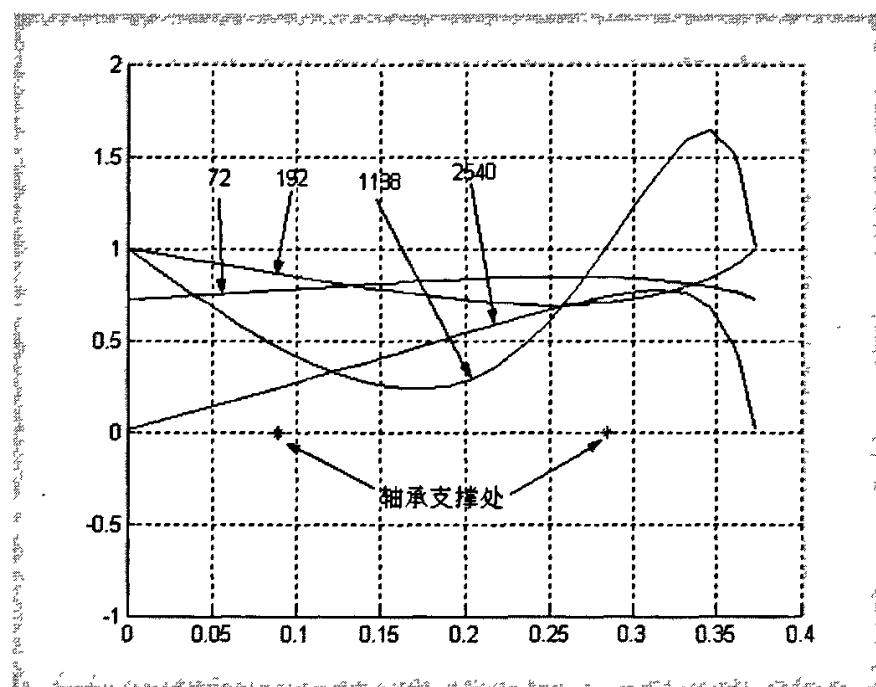


图 3-10 复刚度支承下临界转速的振型

采用 Riccati 传递矩阵法计算如下：

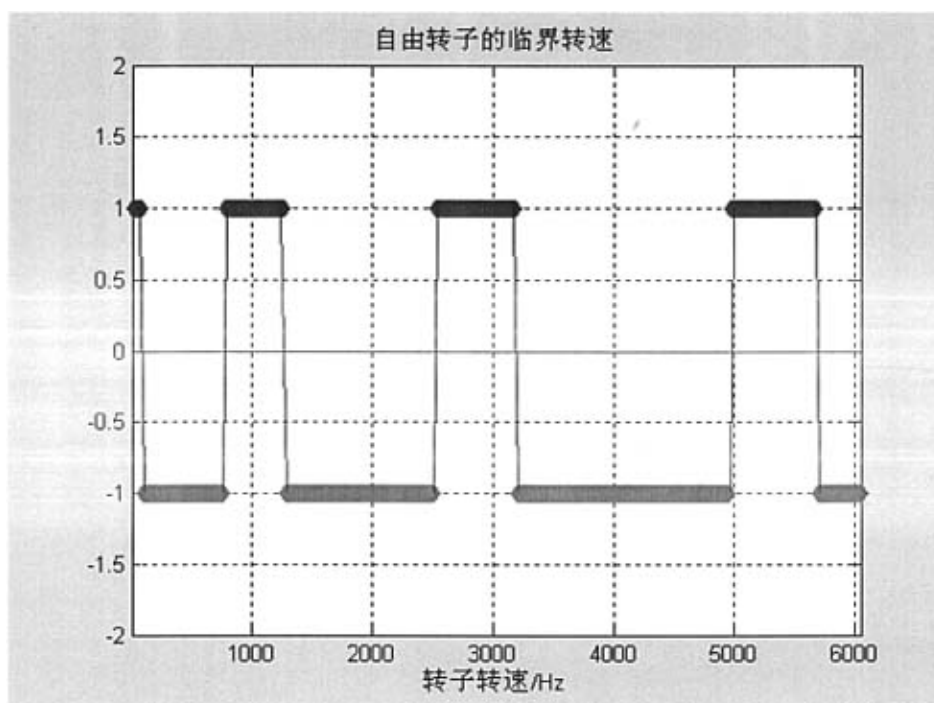


图 3-11

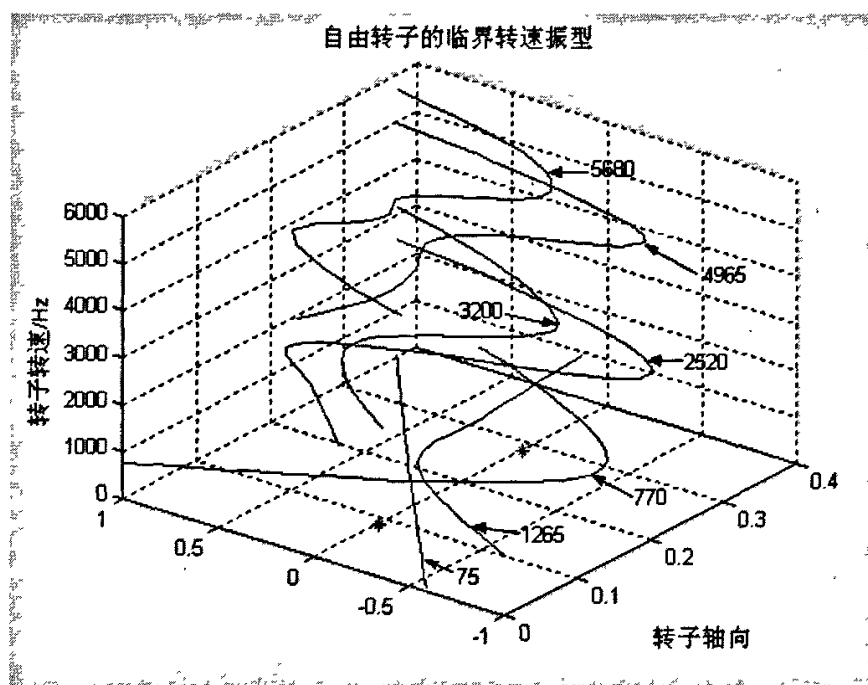


图 3-12

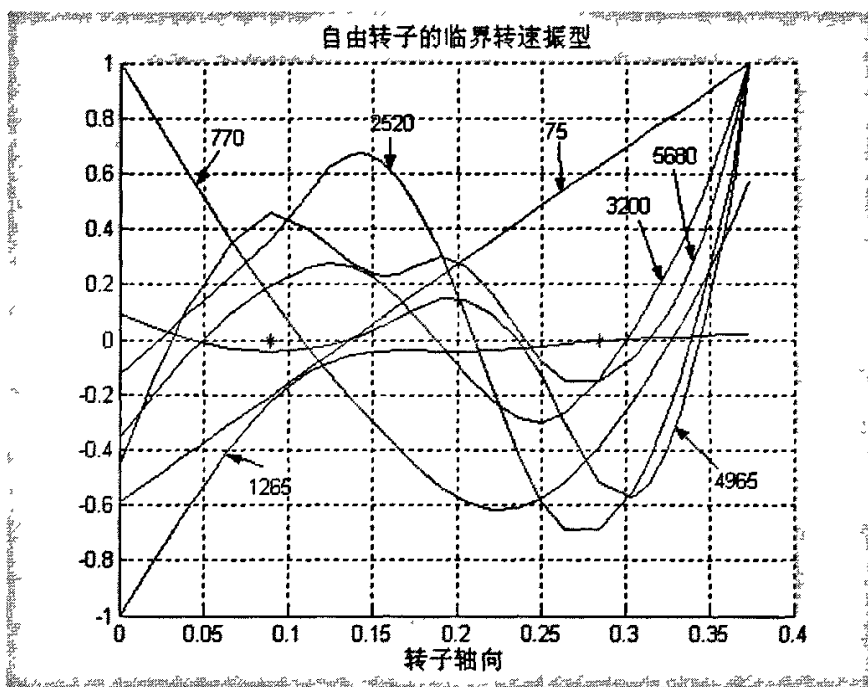


图 3-13

3.2.1 支承弹性对临界转速的影响

当控制方式为理想的 PID 控制时，对于支承的刚度和阻尼，有

$$\begin{cases} k = k_i \operatorname{Re}(G(j\omega)) + k_d \\ C = \frac{k_i \operatorname{Im}(G(j\omega))}{\omega} \end{cases}, \text{ 其中 } G(s) \text{ 为控制器的传递函数。对于 (3-4) 式中的 } K_j \text{ 而}$$

言，前后轴承处的支承可用系统的复刚度来表示：

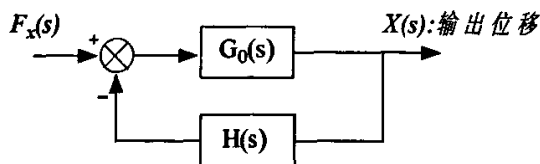


图 3-14 系统闭环传递函数框图

$$K_v(s) = \frac{F_x(s)}{X(s)} = \frac{1 + G_0(s)H(s)}{G_0(s)} = ms^2 + k_d + k_i G(s), \text{ 其中 } G_0(s) = \frac{1}{ms^2 + k_d},$$

$$H(s) = k_i G(s) = k_i \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right), \text{ 令 } s = j\omega, \text{ 可得:}$$

$$K_v(j\omega) = k_i K_p + k_d - m\omega^2 + jk_i \left(K_d \omega - \frac{K_i}{\omega} \right), \text{ 从而得到随转速变化的弹性支承对临}$$

界转速和振型的影响。

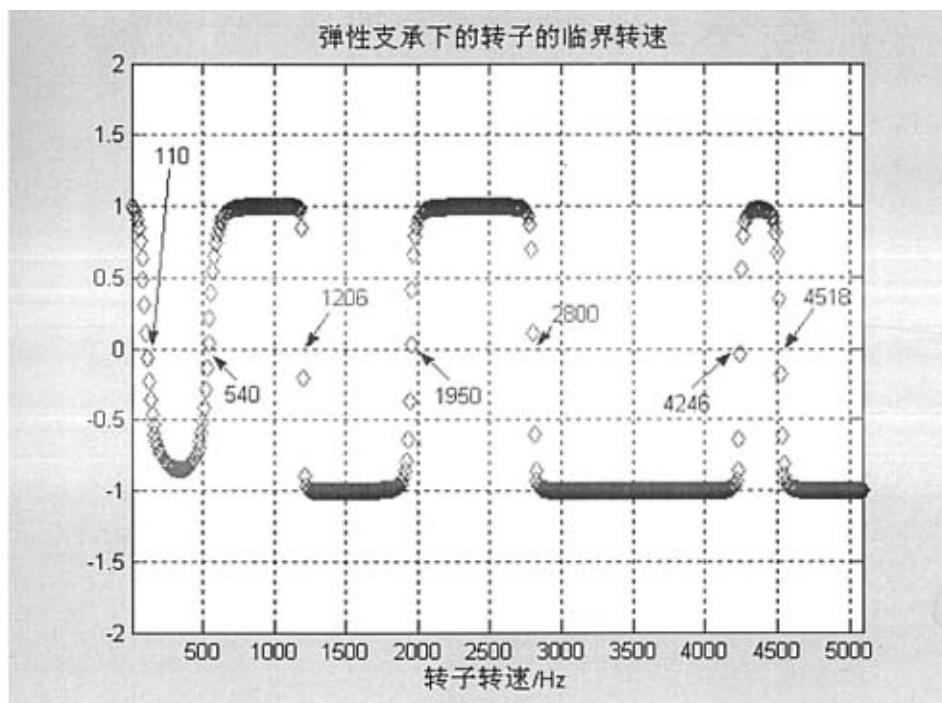


图 3-15

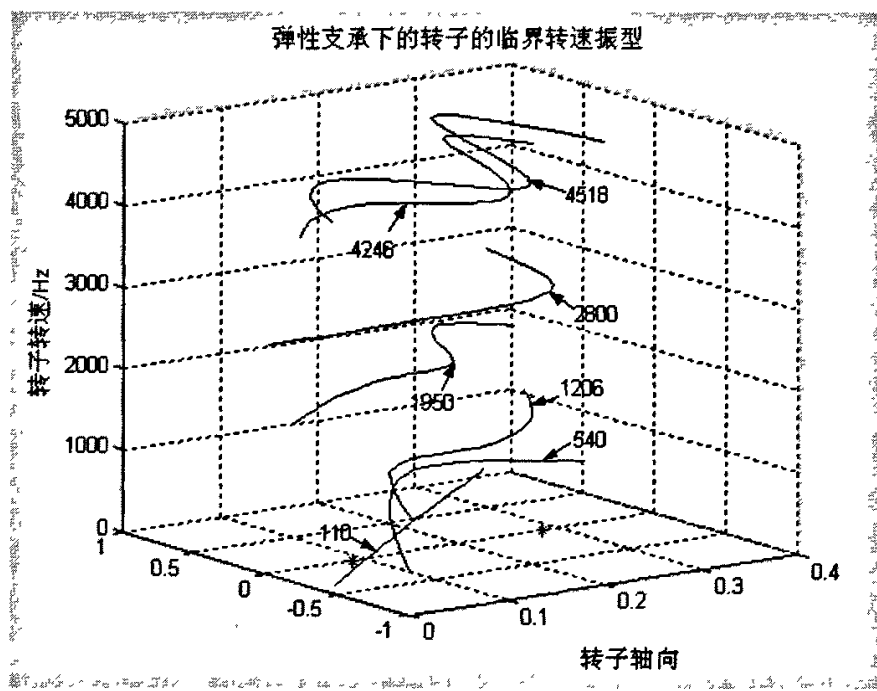


图 3-16

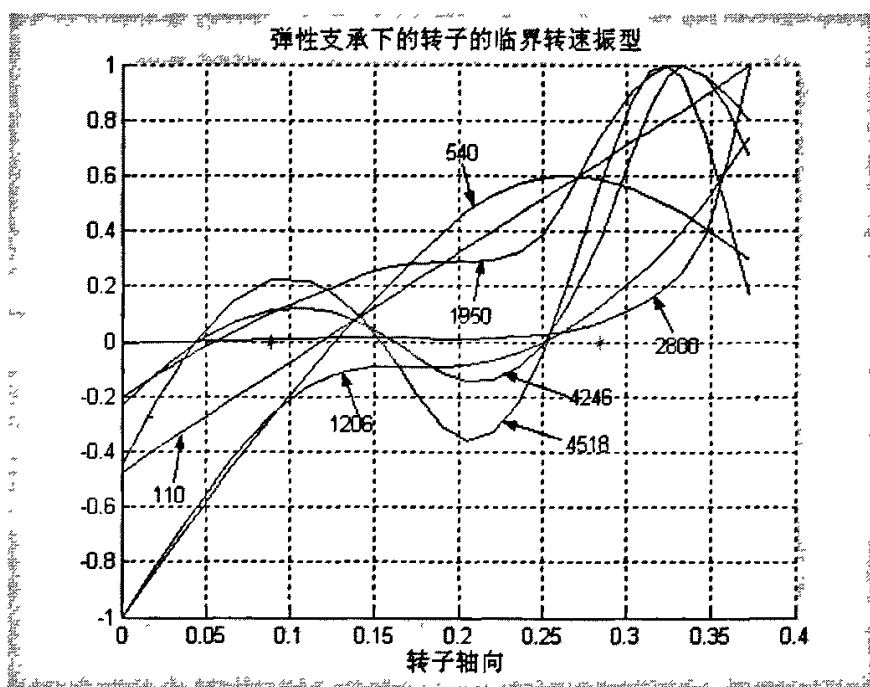


图 3-17

为了检验计算值的可靠性，可以通过对主轴进行实际激振试验，求其频率响应。通过 FFT 分析仪求振动传递函数和结果。由^[44]中利用 BK 的激振试验求振动的固有频率方法所得自由转子的前 3 阶固有频率为 1470, 3210, 5270Hz, 和以上利用传递矩阵法计算所得结果相比较，有一定的差别，[44]认为是由于实验是在转子静态下进行的，而转子的外部叠片由于是过盈配合增加了转子轴的刚度所致。但是对于 770Hz 以及 2520Hz 在实验中未出现这一点未作出解释，本文作者认为主要是传递矩阵法是假设转子在运行状态下的分析，而实验法是静态下完成的，故当转子处于较高的转速下由于离心力的作用，可以把叠片完全当作附加质量而不考虑其的附加刚度，这是因为高速下离心力的作用减弱了附加刚度作用，故在不能忽略其附加刚度的情况下静态实验测不到 770Hz 和 2520Hz 的临界转速。对于弹性支承（即复刚度）的情况，其支承刚度随转速的变化而变化，除刚性模态临界转速升高之外，其他的临界转速相比自由转子都降低了。

当 P 参数（比例系数）变化时，可得模态频率与它的关系，如图 3-19，图 3-20 所示：

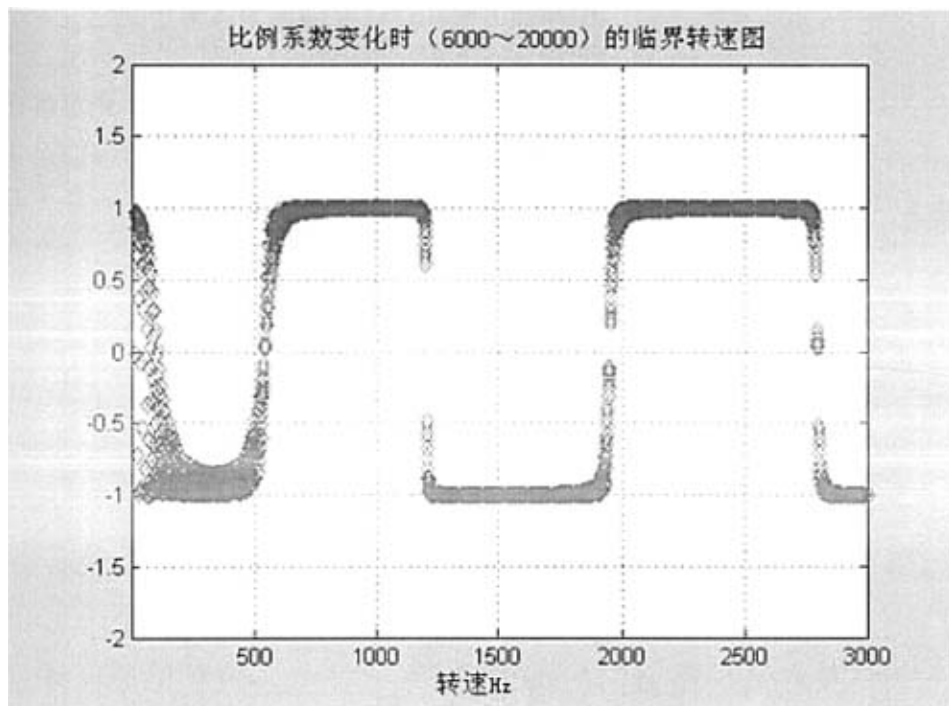


图 3-19

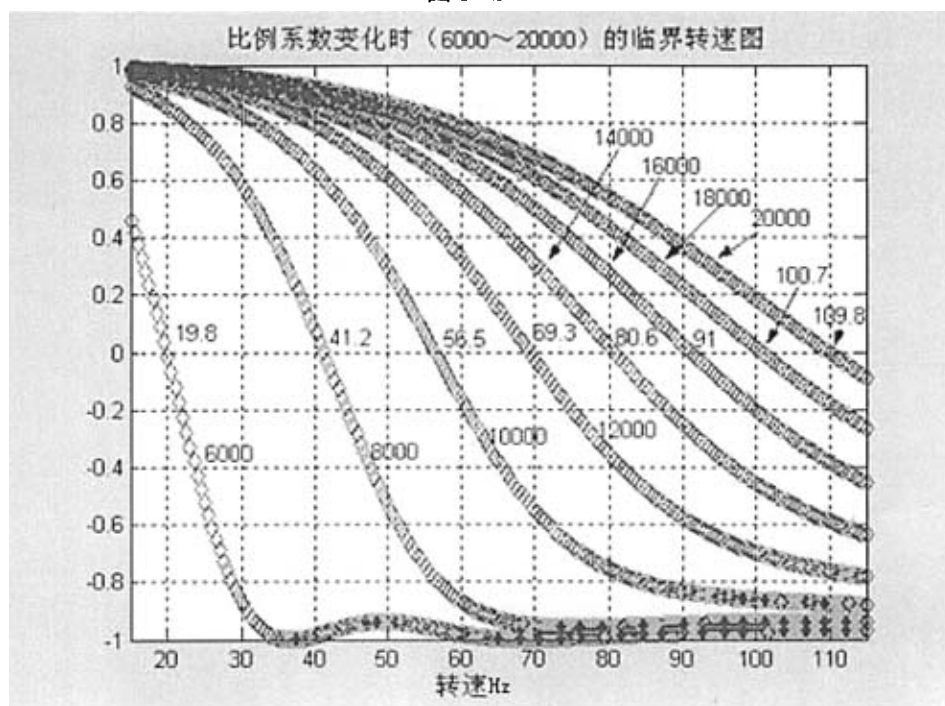


图 3-20 局部放大

可得到:

- (1) 刚性模态频率随 P 参数的增加而增加;
- (2) 一、二阶柔性模态频率随 P 参数的变化很小;

微分参数受电路参数的限制, 故模态频率主要还是由比例参数来调整。

当前后轴承的 P 参数不一致时, 会增加模态频率, 例如, 当前向轴承的 P 参数为 6000, 后向轴承的 P 参数为 16000 时, 刚性模态频率有三个, 如图 3-21、3-21 所示:

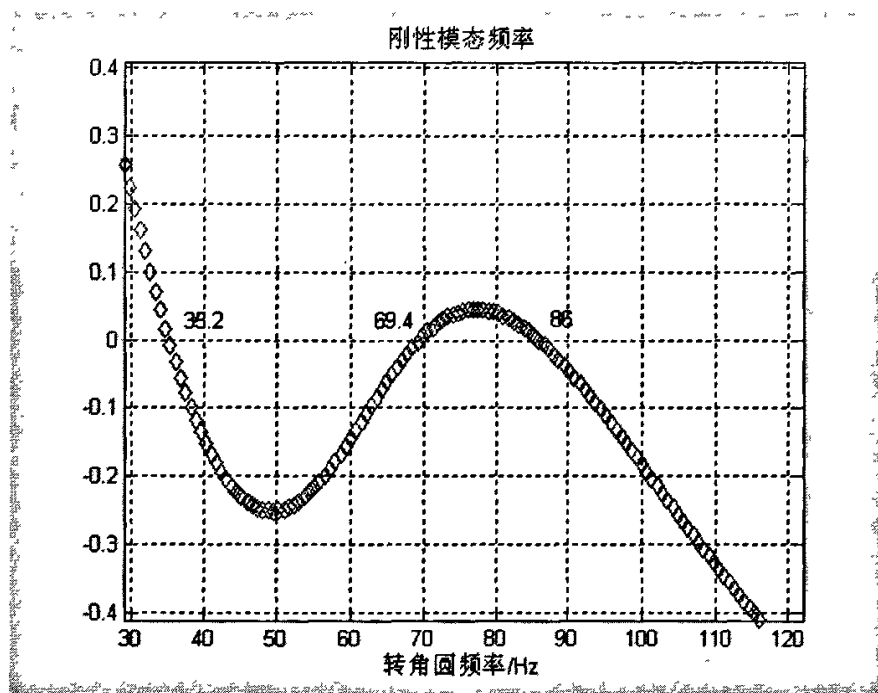


图 3-21

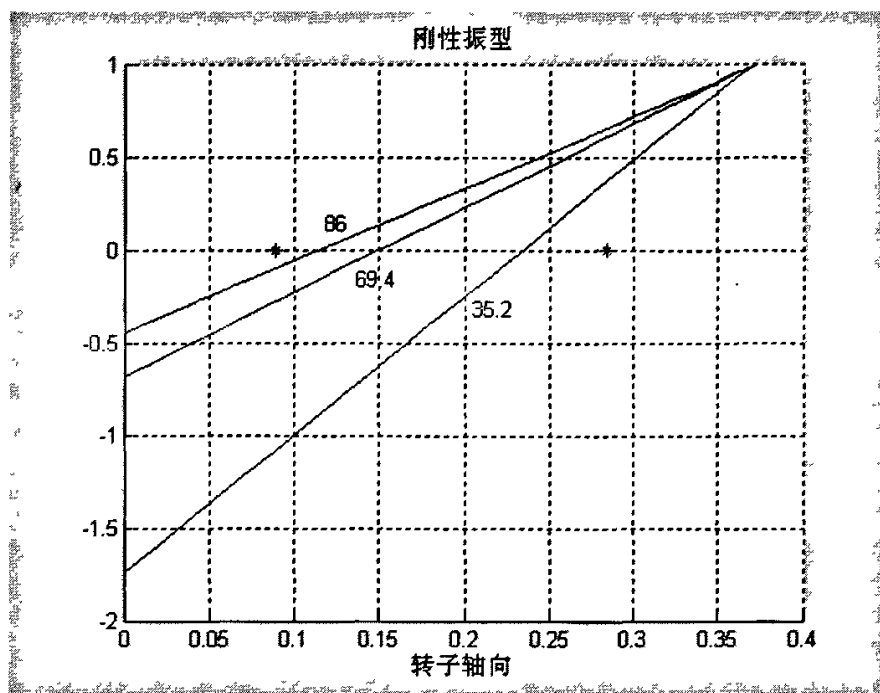


图 3-22

对于 PID 控制，将复刚度 2-范数化，可得以下刚度、阻尼随转速变化的关系。

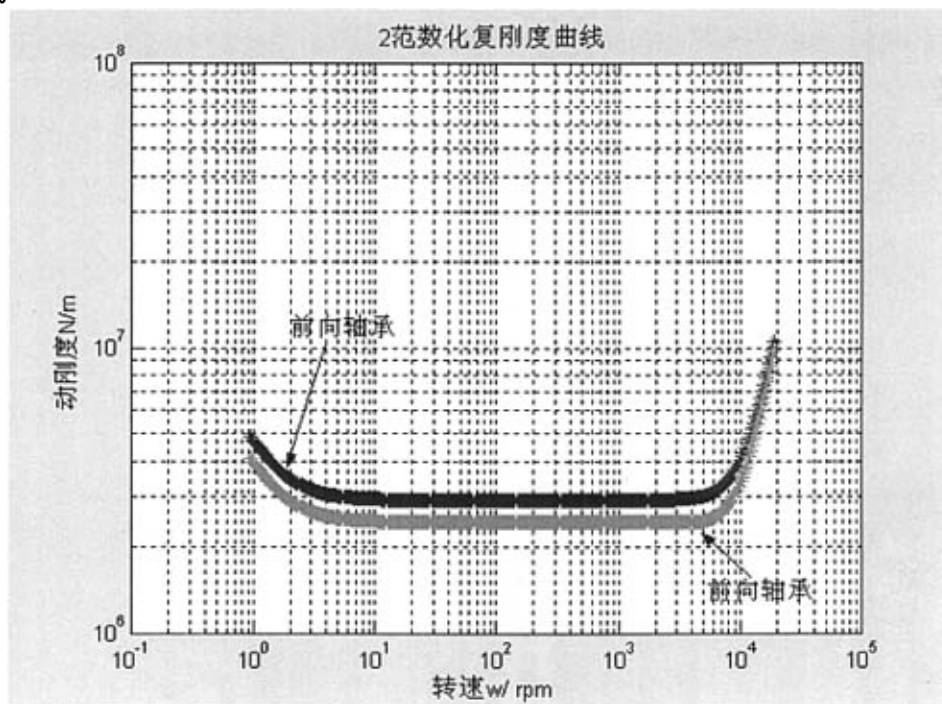


图 3-23 系统的复刚度

由已研究的文献得知，支承的刚度越小，各阶临界转速值就下降得越大。

采用电磁轴承作为支承可以提高转子的临界转速，同时还可以通过电子学的方法改变轴承的刚度和阻尼，进而改变转子的临界转速。但是当控制参数一定时，改变的幅度不大，不能随意改，需要考虑到转速的关系。

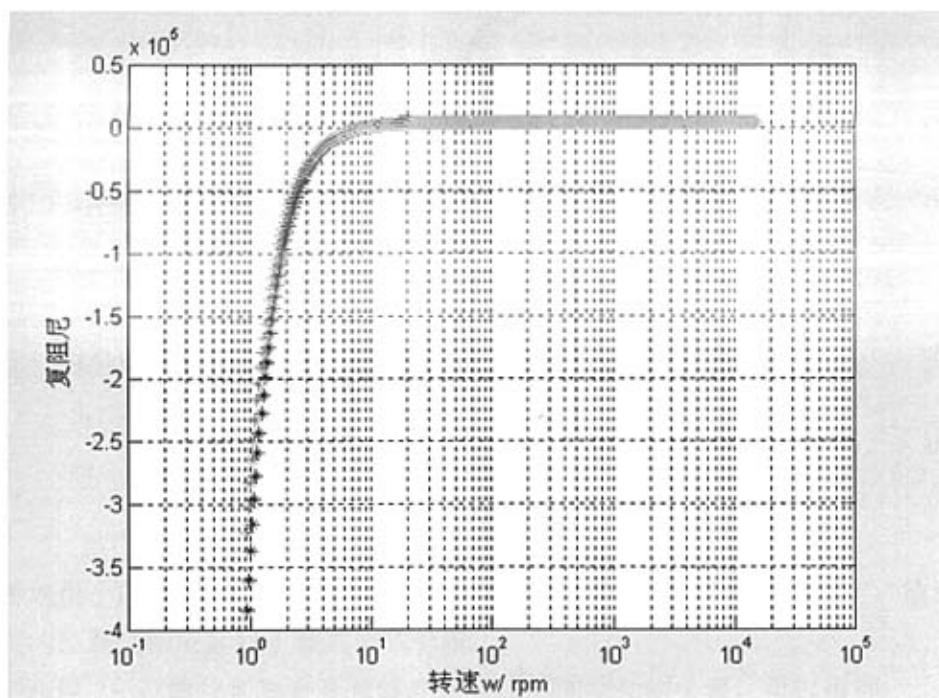


图 3-24

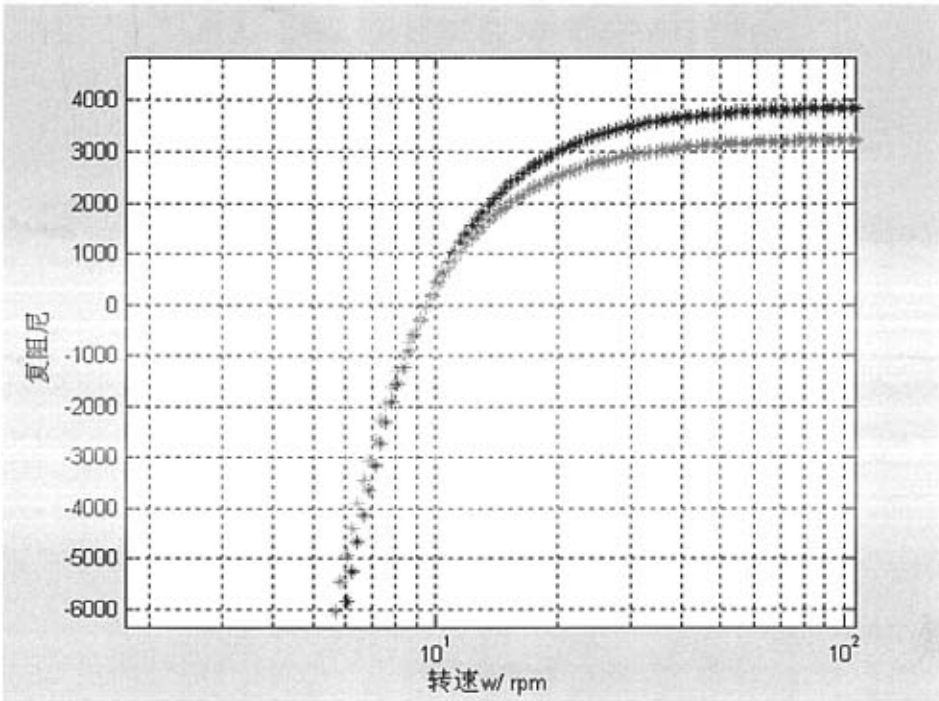


图 3-25

在转速很小的情况下，阻尼为负的，这种控制方式不能够使系统稳定，故起伏阶段的控制规律应区别于较高转速情况。

当把刚度 2—范数化后再来计算临界转速随转速变化的关系，可以得到：

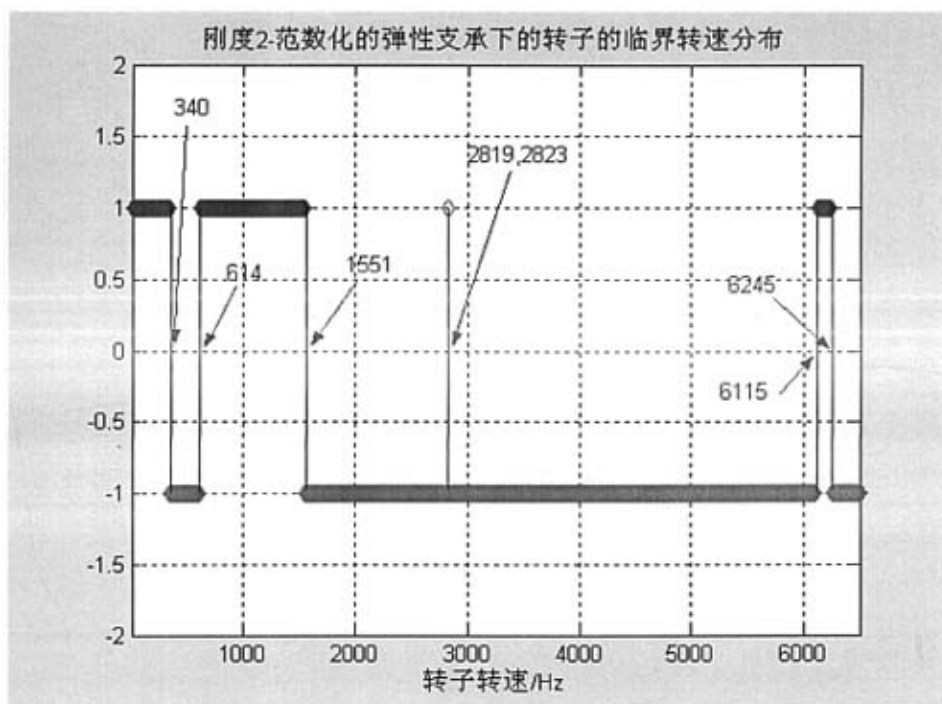


图 3-26

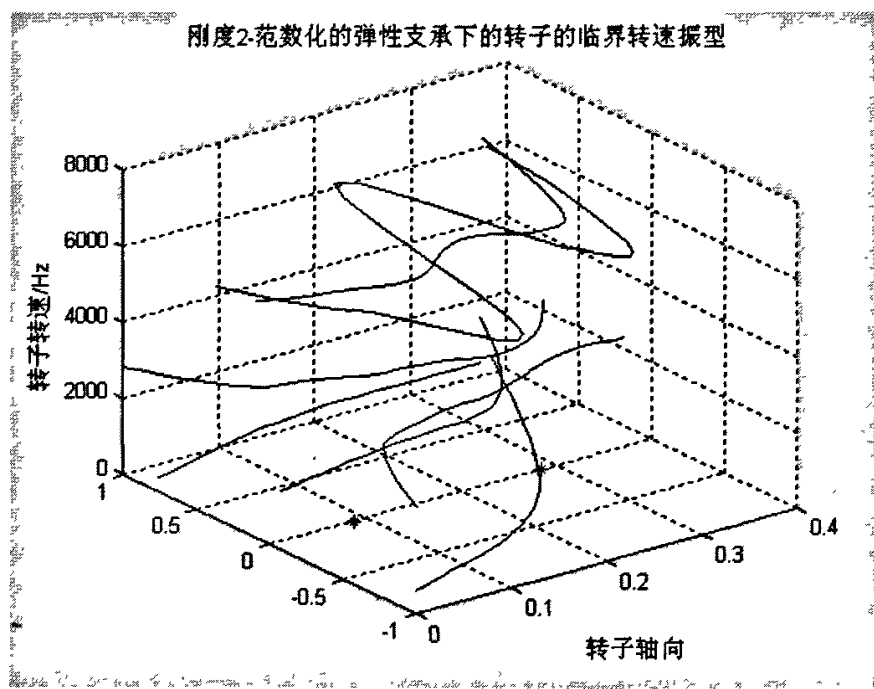


图 3-27

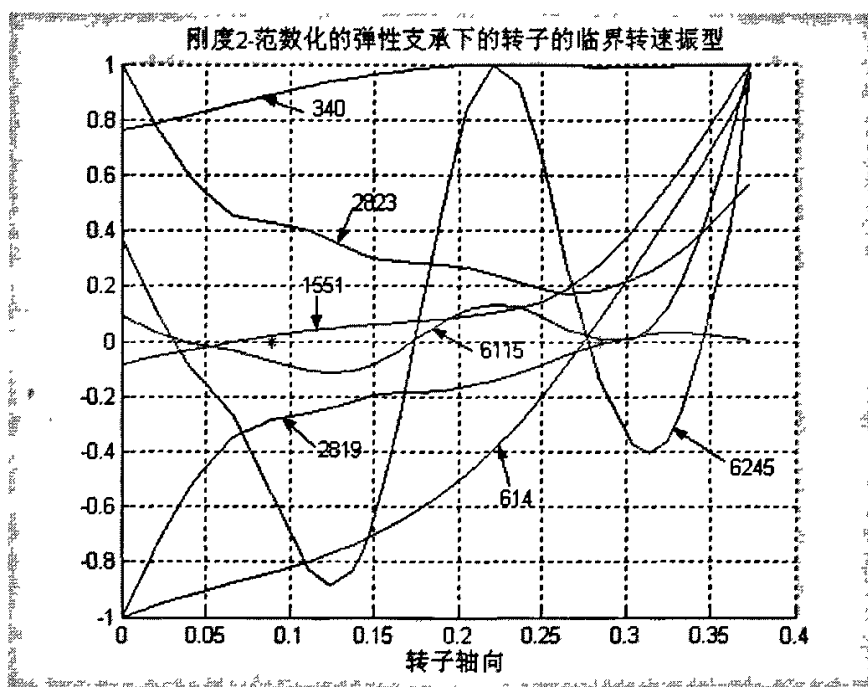


图 3-28

和未范数化的复刚度的弹性支承的转子的临界转速相比均提高了,从[35]知这是显然的,因为弹性支承的刚度越大,临界转速越高。但这并非刚度提高了,而是换算的方式不同。同时可以看到,由于传递矩阵法是 2 维模型,考虑到控制的因素,无法充分利用复刚度的相位信息,故可能有失准确。

3.3 小结

将转子看成是具有多质点的柔性转子模型,并把磁力轴承的复刚度装配到支承单元的传递矩阵中,建立起磁悬浮柔性转子系统模型。用 Riccati 传递矩阵法计算了磁悬浮转子系统的临界转速,得出了弹性支承条件下临界转速,刚度,阻尼和转速的关系。

第 4 章 控制方式的仿真优化

磁力轴承是一个本质上不稳定的系统，因此需要控制来提供合适的刚度和阻尼来稳定转轴的位置。在本章中将采用文献[53]中的 PI/PD 控制方式来实现轴承的控制优化。

4.1 闭环系统的控制

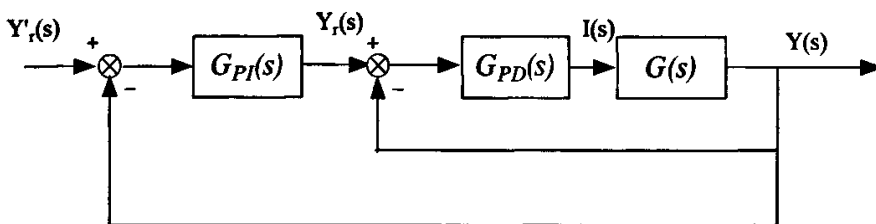


图 4-1

对单自由度，有：

$k_i i - k_\delta y = m \frac{d^2 y}{dt^2}$ ，由 Laplace 变化得：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{I(s)} = \frac{k_i(s)}{ms^2 + k_\delta}$$

$$\text{而 } G_{PD}(s) = K_D \frac{ST_d + 1}{ST_d + 1}, \quad G_{PI}(s) = K_I \frac{ST_i + 1}{ST_i}$$

由第二章的数据，可得 $G(s)$ 的不稳定极点： $s_{1,2} = \sqrt{\frac{-k_\delta}{m}}$ ，对于前向轴承

$$s_{1,2}^A = \sqrt{\frac{-k_{\delta A}}{m_A}} = \sqrt{\frac{973000}{2.47}} = \pm 627.6, \text{ 对于后向轴承有}$$

$$s_{1,2}^B = \sqrt{\frac{-k_{\delta B}}{m_B}} = \sqrt{\frac{816000}{2.47}} = \pm 574.8$$

4.1.1 稳定性分析

系统的稳定性是由 PD 控制来保证的， K_D 为微分环节增益， T_d 为微分时间

常数，时间常数 T_d' 受采样周期长度限制，参数的选取要满足赫尔维茨稳定性判据，得：

$$\Delta_2 > 0 \Rightarrow T_d > T_d'$$

$$\Delta_3 > 0 \Rightarrow k_\delta + K_D k_i > 0$$

此外 K_D 受限于制动器最大的输入输出之比，即： $K_D < \frac{I_{\max}}{Y_{\max}}$ ，利用根轨迹法来求

T_d 的大小。

对于前向轴承，首先确定 K_D 在 $\left(\frac{-k_\delta}{k_i}, \frac{I_{\max}}{Y_{\max}}\right)$ ，即 $\left(\frac{973000}{194.59}, \frac{3}{0.15 \times 10^{-3}}\right) = (5000,$

20000) 之间， T_d 的选择应使得其尽量靠近且稍微小于 $\sqrt{\frac{m_A}{-k_\delta}} = 0.0016$ ，如图 4-2

所示：

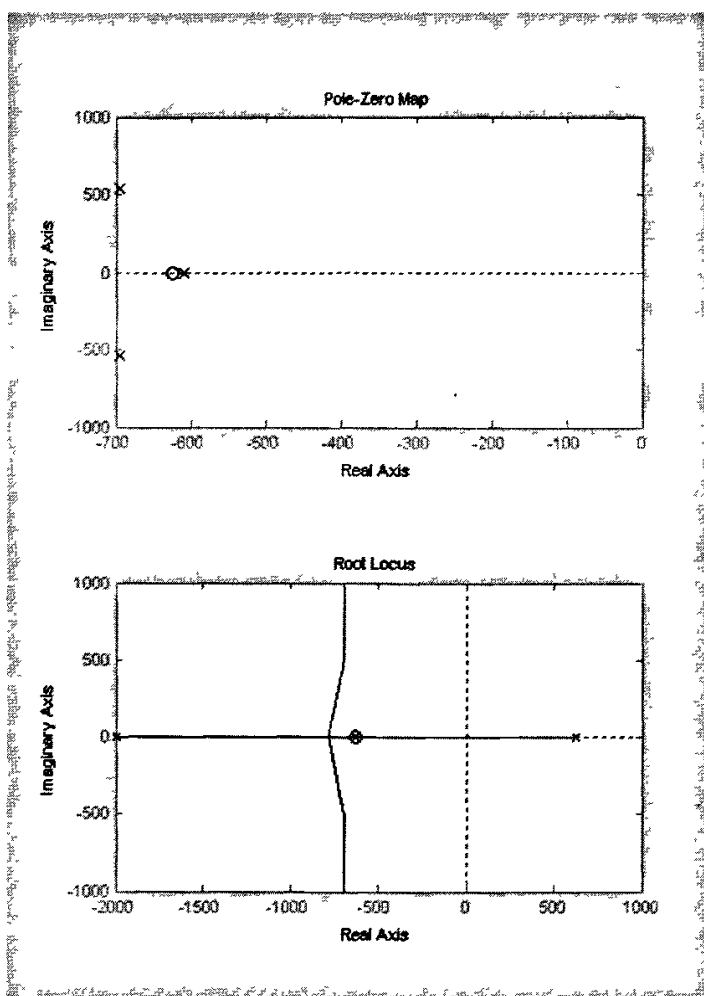


图 4-2

对于后向轴承, K_D 也在 $\left(\frac{-k_\delta}{k_i}, \frac{I_{\max}}{Y_{\max}}\right)$, 即 $\left(\frac{816000}{163.20}, \frac{3}{0.15 \cdot 10^{-3}}\right) = (5000, 20000)$

之间, 同理, T_d 可取约为 $\sqrt{\frac{m_B}{-k_\delta}} \approx 0.0018$, 方便期间可以取为与前向轴承一致, 即 0.0016。

由 3.2.1 节可知, 前后两轴承的 K_D 分别为 5000、6000、7000、...、20000 时, 可得刚性模态频率、一阶柔性临界转速、二阶柔性临界转速与 K_D 的关系。根据设计的要求可以选择不同的参数, 这里取前后轴承 K_D 一致, 可以取 $K_D =$

9000。这是由于当前后轴承的 K_D 不一致时，可能会导致增加模态频率，增加控制的难度。

4.1.2 准确度分析

PD 控制不能保证转子的位置精度，因此需要插入一个 PI 环节，如上闭环控制图 4-1 所示， K_I 、 T_i 分别为积分环节增益和积分常数，也可以通过根轨迹图来求得。

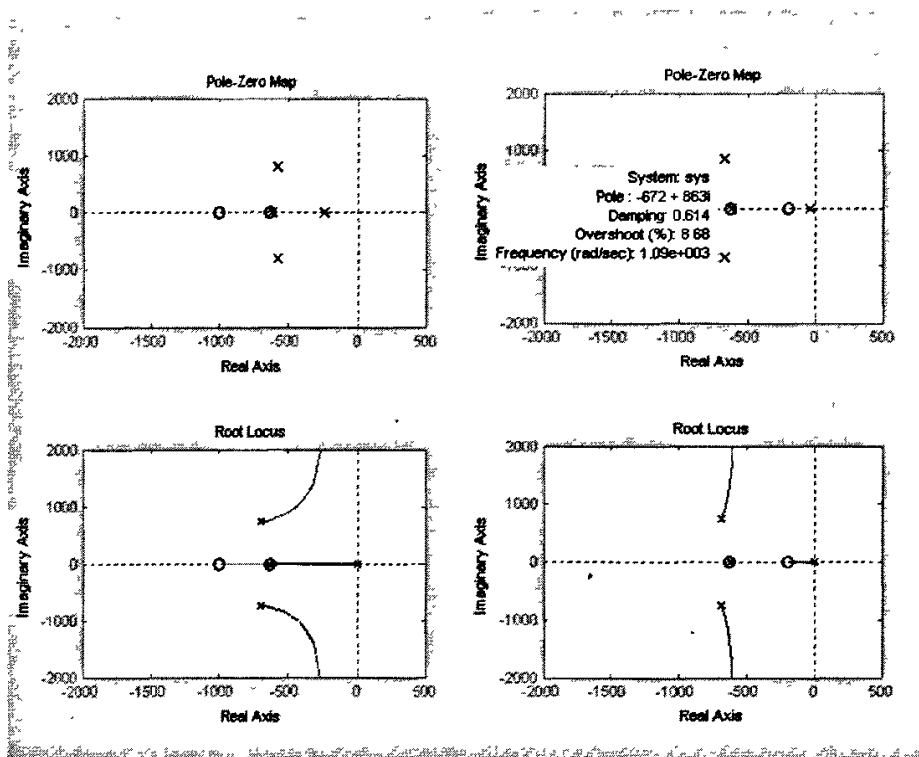


图 4-3 $T_i = 0.001$, $K_I = 0.1$ 时

图 4-4 $T_i = 0.005$, $K_I = 0.1$ 时

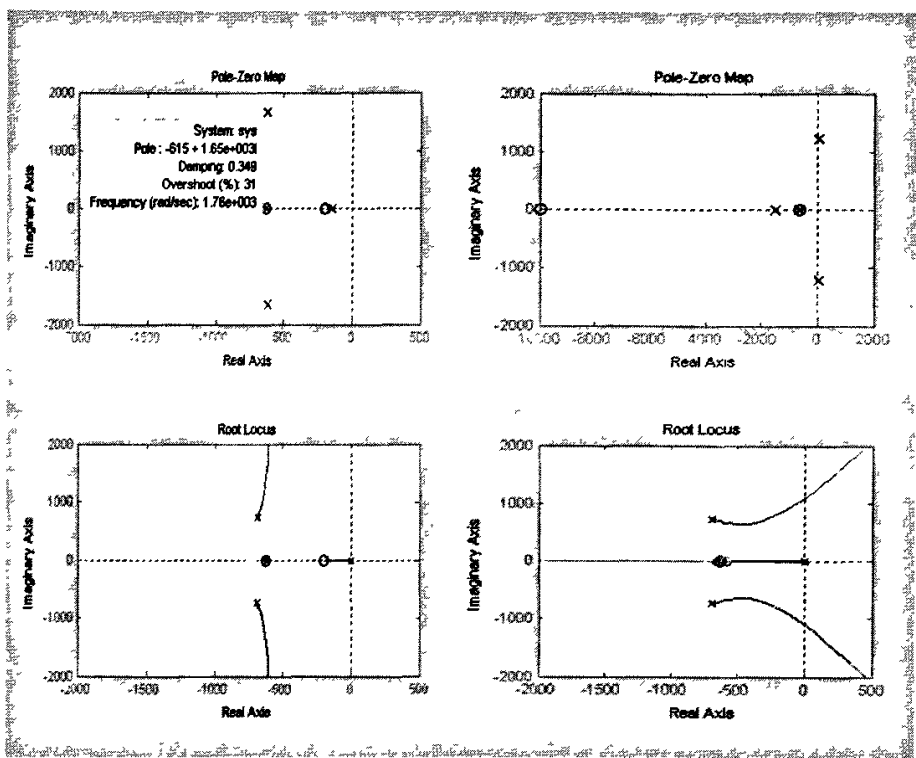


图 4-5 $T_d=0.005$, $K_i=1$ 时

图 4-6 $T_d=0.0001$, $K_i=0.1$

注意到，时间常数的选取应使得一对共轭极点成为主导极点且有合理的阻尼比。 K_i 太大会使得阻尼比过小，而 T_i 太小会使得系统失稳。

由此得到控制参数：

数据	参数	单位	值
增益	K_D		9000
时间常数	T_d	s	0.0016
时间常数	T_d'	s	0.0005
增益	K_i		0.1
时间常数	T_i	s	0.005
位置限制	$Y_{\max}$	mm	± 0.15
电流限制	$I_{\max}$	A	± 3
采样时间	T_0	s	0.0001

表 4-1

4.2 刚性转子动态特性仿真分析

对单自由度而言，仿真图如下所示：scope5 为转子的位移输出，scope7 为电流输出，saturation3 为限流器，最大电流为 $\pm 3A$ 。

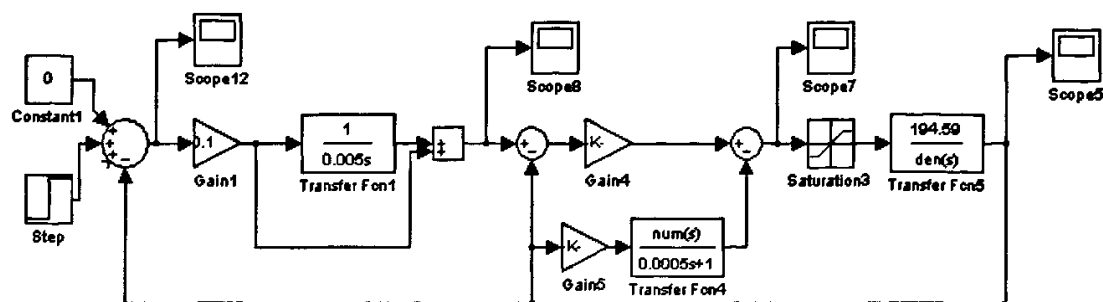


图 4-7

4.2.1 起伏特性分析

当输入阶跃信号为 0.1mm 时，电流、位移输出分别为

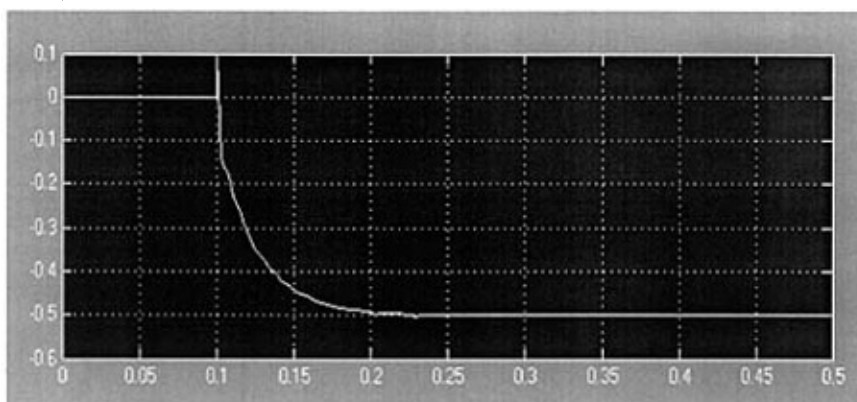


图 4-8 电流输出(A)

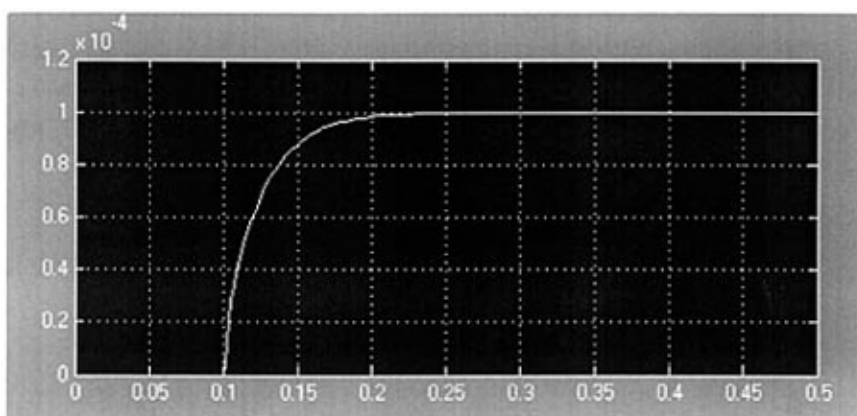


图 4-9 位移输出(m)

由起伏曲线可以看出系统响应速度较慢，调整时间 t_s 约为 0.1s

当 K_i 由 0.1 增至 0.3 时，输出响应为

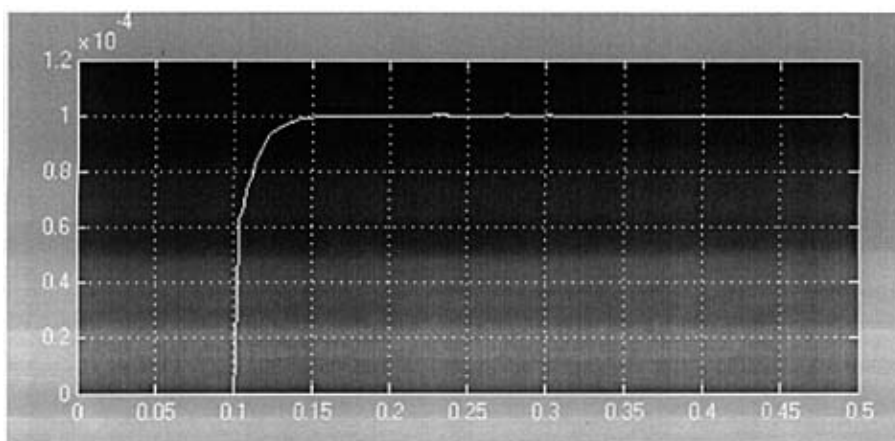


图 4-10

t_s 不到 0.05s, 响应速度加快。

当 K_f 保持 0.1s 不变, 而调整时间 T_f 减小至 0.002s 时, 输出为

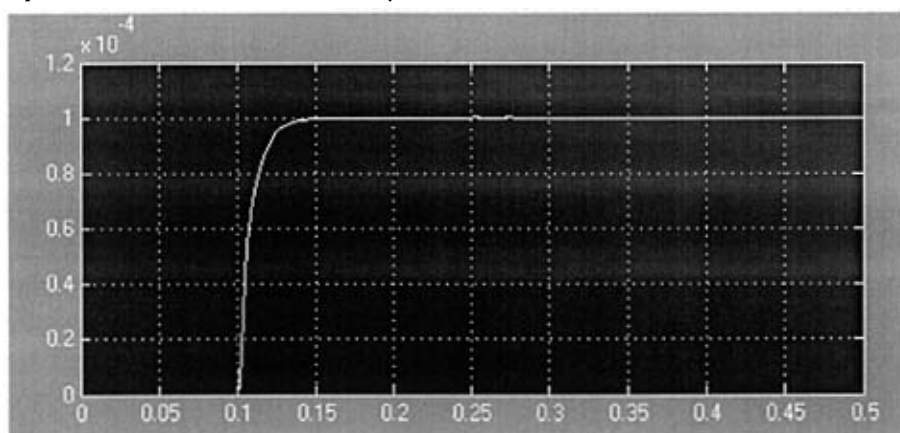


图 4-11

t_s 也减小, 响应速度加快。

4.2.2 谐波输入分析

当输入最大幅度为 0.1mm, 频率为 186Hz 的正弦信号时有:

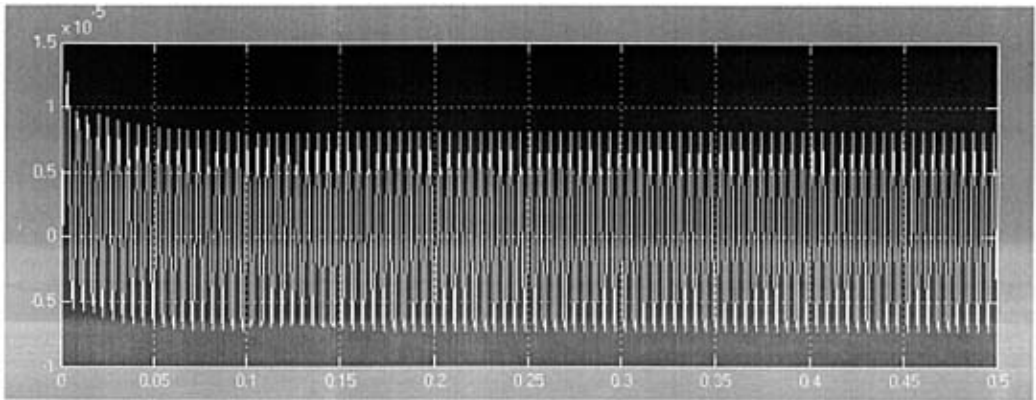


图 4-12 $K_I = 0.1$, $T_i = 0.005$

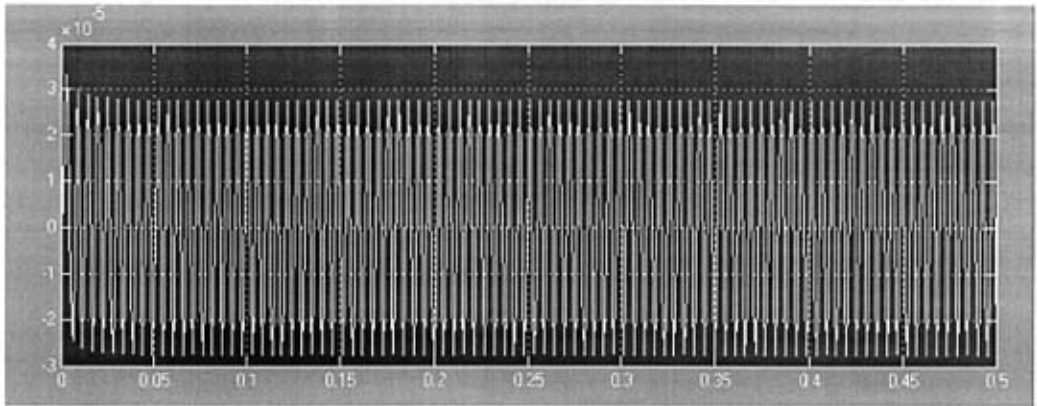


图 4-13 $K_I = 0.3$, $T_i = 0.005$

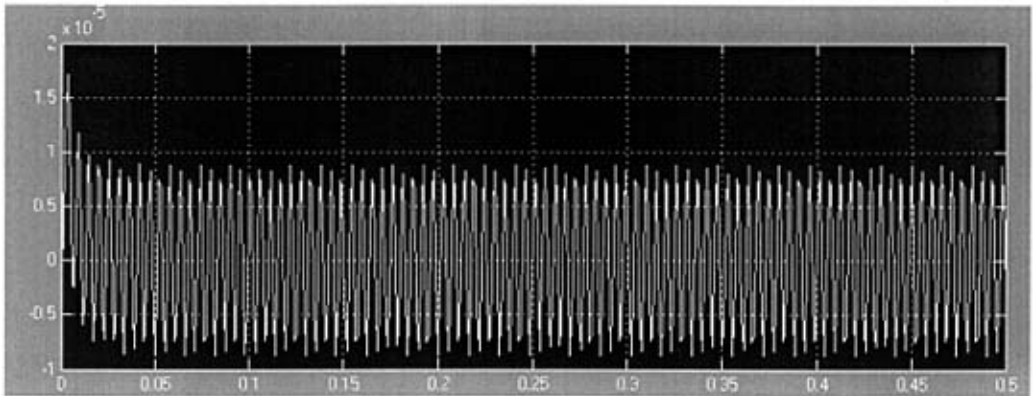


图 4-14 $K_I = 0.1$, $T_i = 0.002$

当输入谐波信号时，减小 K_I ，虽然加快了响应速度，但同时使得振幅加大，减小时间常数也加快响应速度，振幅变化却不大，但是过多的减小 T_i ，却有可能使得系统失稳。

4.2.3 扰动分析

当输入为正弦波，扰动输入为 30N（周期为 0.05s）的脉冲力时，输出为：

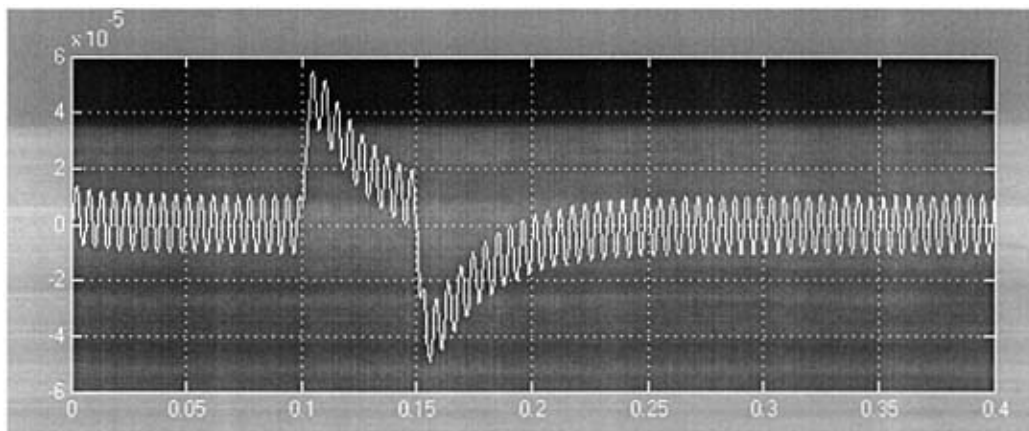


图 4-15 扰动输出

4.3 磁悬浮刚性转子不平衡补偿的仿真实现

4.3.1 实际的系统仿真

由第二章的控制参数（未优化）可知，当转子转速达到 11000 转左右时要穿越刚性转子的临界转速，振幅会加大，故需要采用某种方法使转子能够穿越临界转速时不引发共振，本文采用[52]中采用凹陷滤波的方法来实现仿真优化。同时考虑传感器，功放的时滞效应。

对于电涡流位移传感器及前置器：

前置器型号：CWY-DO-810500-50-02-01-02

技术参数：

- 灵敏度： 5V/mm
- 分辨率： 0.5um
- 输出电压：限幅 0--5V
- 传感器最大纹波电压：80 mV
- 整个传感系统为一阶系统，时间常数：5.25±0.25 us
- 频响范围：0--6KHZ

可以求得其一阶环节，传递函数为：

$$G_s = \frac{5000}{0.000027s + 1}, \text{ 把增益 } A_s \text{ 折合到 PI/PD 的增益中, 取 } A_s = 1, \text{ 故}$$

$G_1 = \frac{1}{0.000027s+1}$ 考虑带宽为 1000Hz 的功放的延时衰减的传递函数可表示为

$$G_s = \frac{1}{0.00016s+1}$$

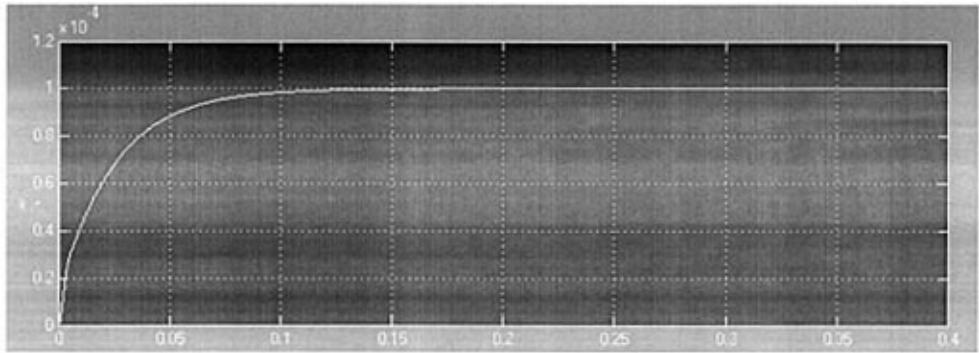


图 4-16 加了传感器的阶跃响应

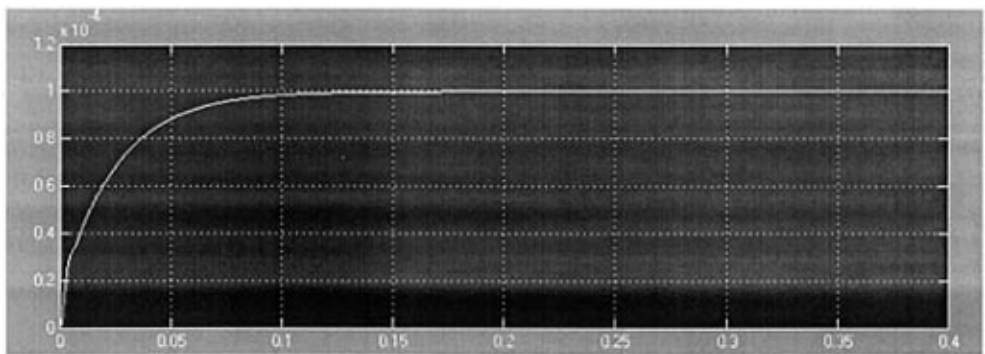


图 4-17 考虑了传感器和功放的阶跃响应

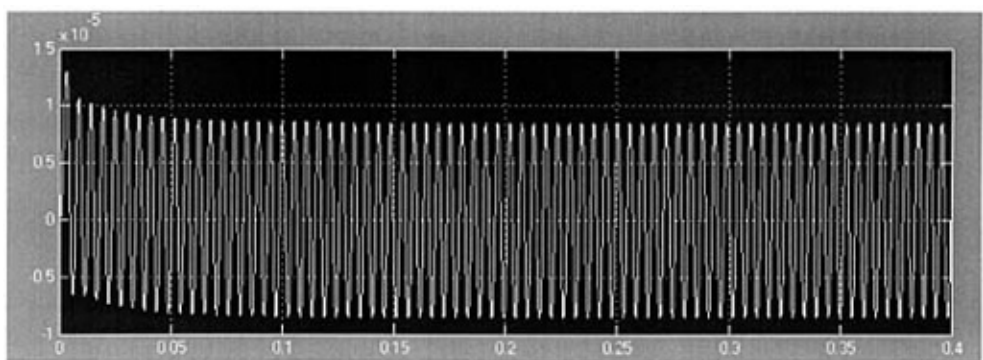


图 4-18 加了传感器的谐波响应

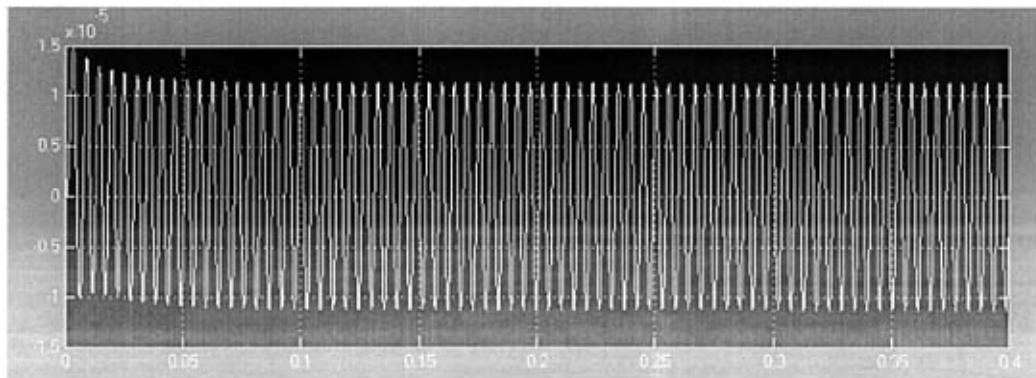


图 4-19 考虑了传感器和功放的谐波响应

相同的正弦激励下，加了传感器后，谐波响应振幅稍稍加大，考虑功放后，振幅还是稍稍加大。

4.3.2 凹陷滤波

文献^[52]给出了一种不平衡位移的补偿方法，通过抵消和滤波的方法，减小或消除传感器检测到的位移信号中的不平衡振动分量，使得控制器不产生相应的控制力，不对该分量进行控制，使得转子绕其惯性主轴旋转，也避免了产生过饱和电流。该方法实际上为一开环自适应抵消器。通过检测不平衡位移分量，产生与转速同频的信号来抵消该不平衡分量。利用 ε 来调整陷波器的时间常数， ε 越大，响应越快，抵消频率为 Ω 处的分量。

根据第二章，转子在升速的过程中首先要穿越 11000rpm 左右的刚性临界转速，此时振幅加大，首先需要衰减此频率下的振幅，故可假设 $\Omega = 186\text{Hz}$ ，本文中令谐波信号为幅度为 0.1mm 频率为 $\Omega = 186$ 的正弦输入来模拟刚性转子临界转速下的大幅度振动。如图 4-20 所示，上半部分代表加了陷波器的系统，下半部分代表未加陷波器的系统。

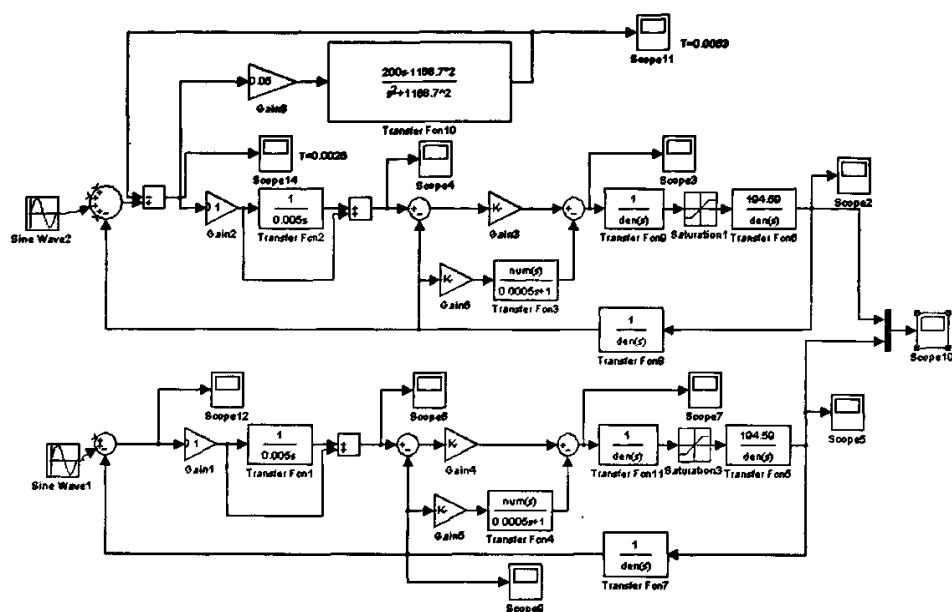


图 4-20 仿真图

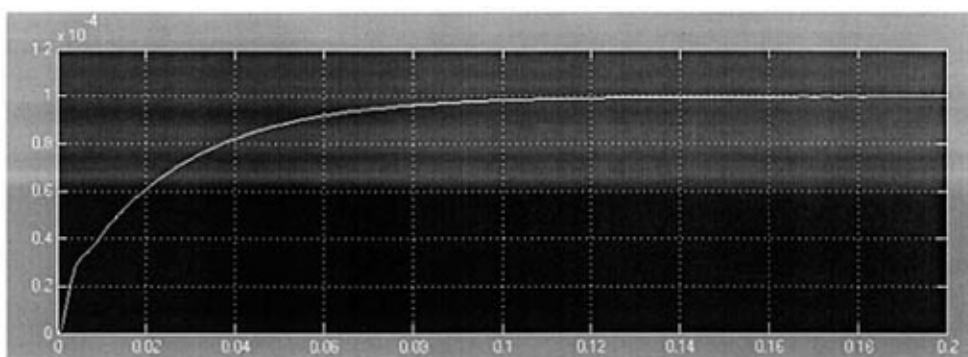


图 4-21 加入陷波器的阶跃响应

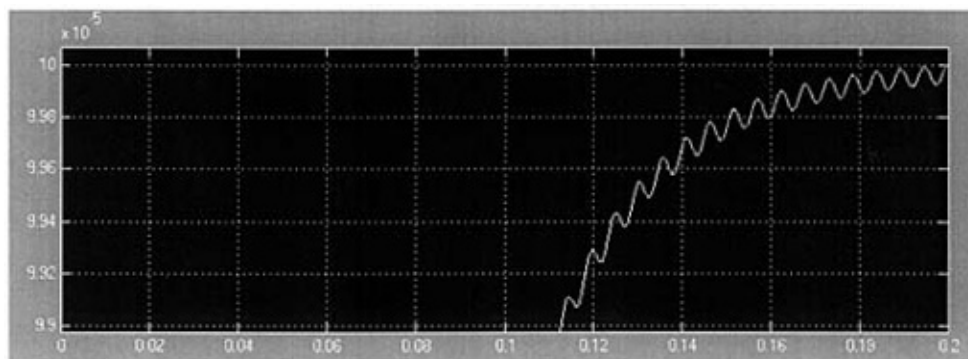


图 4-22 加入陷波器的阶跃响应局部放大

从局部放大图中可以看出输出由一定频率的纹波，经测量频率为陷波器的补偿

频率。

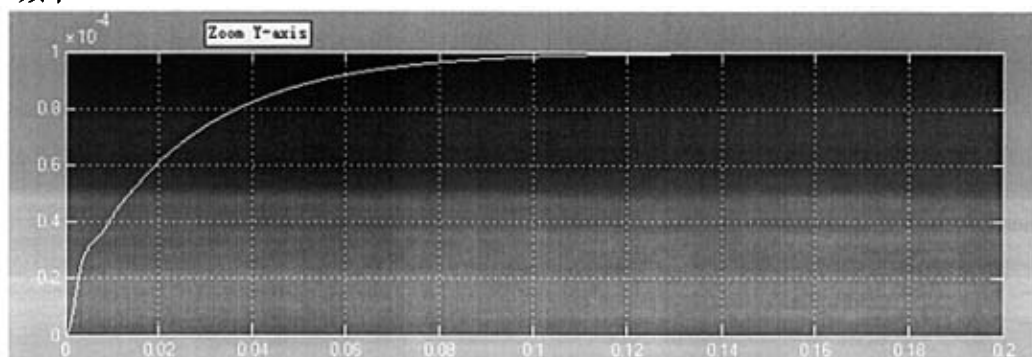


图 4-23 未加陷波器的阶跃响应

仿真图的输出如下图 4-24 所示, 此时 $\varepsilon = 0.05, T_R = 200, T_i = 2, \Omega = 2\pi * 186$, 紫色线代表未加陷波器的输出, 而黄色线代表加陷波器后的输出, 因为补偿作用, 输出很快衰减使得当转子运转到此转速下, 不会引起共振, 能够平稳的穿越临界转速。

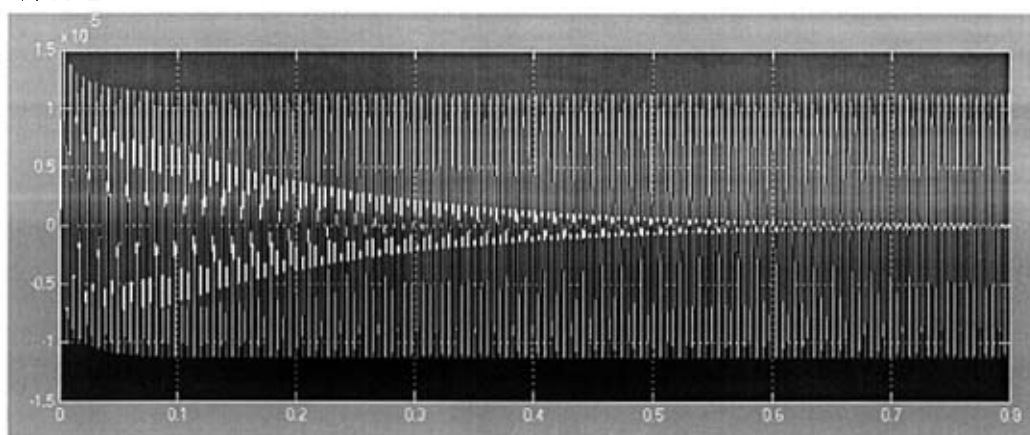


图 4-24

那么陷波器中的补偿频率何以设定, 可以利用[54]中加锁相环的方法实时跟踪转子的转速并在振幅较大的情况下进行补偿。

仿真图中加陷波器的闭环系统的 bode 为如下所示:

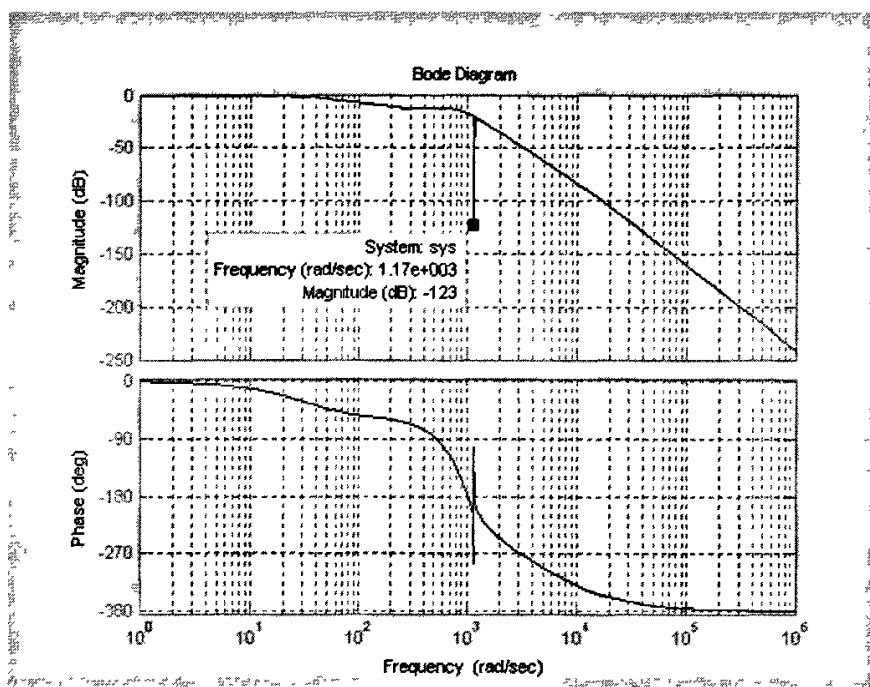


图 4-25 $\varepsilon = 0.05, T_R = 200, T_j = 2, \Omega = 2\pi * 186$

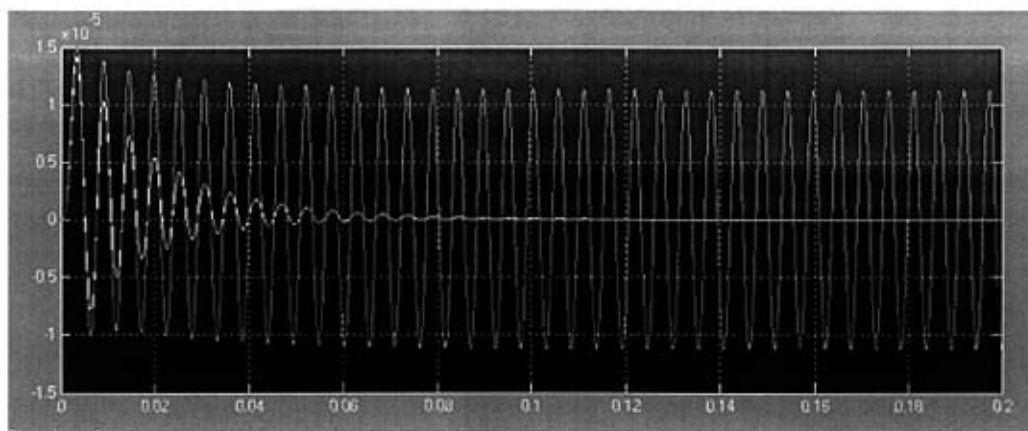


图 4-26 $\varepsilon = 0.5, T_R = 200, T_j = 2, \Omega = 2\pi * 186$

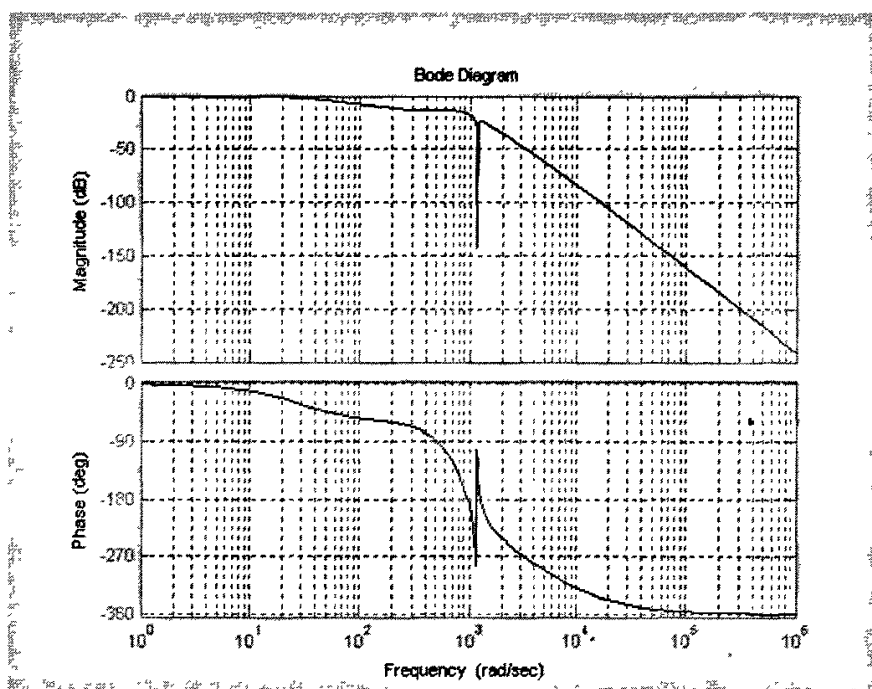


图 4-27 $\varepsilon = 0.5, T_R = 200, T_I = 2, \Omega = 2\pi * 186$

增大 ε ，可以看出振幅衰减加快，衰减频率处的带宽也增大。

4.3.3 相位补偿

如 bode 图所示，由相位图可以看出，系统运行过程中，存在严重的相位滞后，需要相位补偿，可以在前向开环通道中加 PD 环节来进行部分相位的补偿。

4.4 小结

对于单自由度控制，引入 PI/PD 控制，进行了稳定性和准确性分析，并利用根轨迹图来确定微分常数、积分常数和积分增益的大小；进行了理论和实际的刚性转子动态特性仿真的分析，并进行了瞬态分析、谐波输入分析等；利用凹陷滤波进行了磁悬浮刚性转子不平衡补偿的仿真分析。

上述分析均是针对单自由度控制进行的，更进一步的分析需要针对交叉自由度以及两轴承之间。

第5章 总结与展望

5.1 本文总结

磁悬浮转子系统作为典型的机电一体化产品，其动态性能是转子结构特性与磁悬浮支承控制系统共同作用的结果，为此本文主要针对磁悬浮转子系统的动态特性及优化进行了以下方面的研究：

(1)：以传统转子动力学理论为基础，引入控制参数，建立了机电耦合的弹性支承的刚性转子动力学模型，分别建立了 PD 和 PID 控制下的动力学模型，证明了刚性转子模态的存在，分析了各控制参数对刚性转子临界转速的影响，并证明了积分参数不影响理想 PID 控制刚性模态，由此可以调整控制参数来选定满足实际需要的一组参数。

(2)：将转子看成是具有多质点的柔性转子模型，并把磁力轴承的复刚度装配到支承单元的传递矩阵中，建立起磁悬浮柔性转子系统模型。用 Riccati 传递矩阵法计算了磁悬浮转子系统的临界转速，得出了弹性支承条件下临界转速，刚度，阻尼和转速的关系。

(3)：对于单自由度控制，引入 PI/PD 控制，进行了稳定性和准确性分析，并利用根轨迹图来确定微分常数、积分常数和积分增益的大小；进行了理论和实际的刚性转子动态特性仿真的分析，并进行了瞬态分析、谐波输入分析等；利用凹陷滤波进行了磁悬浮刚性转子不平衡补偿的仿真分析。

5.2 研究工作展望

本文目前所做的有关磁悬浮转子系统动态特性的工作尚有一些地方存在不足，需要在今后的研究工作中进一步充实和完善，以下问题需要继续展开研究：

(1)：对于基于弹性支承的刚性转子的建模因为是一种整体反馈，在硬件实现上可能较困难，实际上需要耗时更短的算法，并需要实验验证；

(2)：对于柔性转子的建模由于利用 Riccati 传递矩阵法，2 维模型在引入控制时可能无法考虑到实际上相位的关系而导致不准确，另外在考虑控制下的弹性支承时利用的是一种近似的计算临界转速的方法。

(3)：对于凹陷滤波需要考虑如何进行相位的补偿作用，这需要更好的控制方法。针对交叉自由度以及两轴承之间需要进行更进一步的分析。

附录

附录 A 刚性转子临界转速图程序

```

m=4.94;
Jr=0.0356;
Ja=0.001794;
pi=3.1416;N=192;
Aa=3.41*1e-4;
Ab=2.86*1e-4;
I0=1.5;
v=0.8; %漏磁系数
katheta=v*4*pi*1e-7*N^2*Aa*cos(22.5/180*pi)*I0^2/(0.3*1e-3)^3;%-0.973e6;
kai=v*4*pi*1e-7*N^2*Aa*cos(22.5/180*pi)*I0/(0.3*1e-3)^2;%194.59;
kbtheta=v*4*pi*1e-7*N^2*Ab*cos(22.5/180*pi)*I0^2/(0.3*1e-3)^3;
kbi=v*4*pi*1e-7*N^2*Ab*cos(22.5/180*pi)*I0/(0.3*1e-3)^2;
for kac=20000;
for Tad=0.001%: -0.00005: 0.0009;
for kbc=20000;
Tbd=0.001;
for Tai=10;
Tbi=10;
M=[m      0      0      0
    0      Jr      0      0
    0      0      m      0
    0      0      0      Jr];
G=[0      0      0      0
    0      0      0     -Ja
    0      0      0      0
    0      Ja      0      0];
B=[1      0      1      0
    lbA     0     -lbB     0
    0      1      0      1
    0     -lbA     0     lbB];
C=[1      lsA     0      0
    0      0      1     -lsA
    1     -lsB     0      0
    0      0      1     lsB];
Kc=-[katheta 0 0 0;0 katheta 0 0;0 kbtheta 0;0 0 kbtheta]*B*B'+[kai*kac 0 0 0;0 kai*kac 0 0;0
0 kbi*kbc 0;0 0 kbi*kbc]*B*C;

```

```

Dc=[kai*kac*Tad 0 0 0;0 kai*kac*Tad 0 0;0 0 kbi*kbc*Tbd 0;0 0 0 kbi*kbc*Tbd]*B*C;
B1=[kai*kac*Tad 0 0 0;0 kai*kac*Tad 0 0;0 0 kbi*kbc*Tbd 0;0 0 0 kbi*kbc*Tbd]*B;
B2=[kai*kac 0 0 0;0 kai*kac 0 0;0 0 kbi*kbc 0;0 0 0 kbi*kbc]*B;
Z=[kai*kac/Tai 0 0 0;0 kai*kac/Tai 0 0;0 0 kbi*kbc/Tbi 0;0 0 0 kbi*kbc/Tbi]*B*C;
for w=linspace(1,2*3.1416*1600,300);
Ae=[zeros(4,4) eye(4,4) zeros(4,4);zeros(4,4) zeros(4,4) eye(4,4);-inv(M)*Z -inv(M)*Kc
-inv(M)*(w*G+Dc)];
d=eig(Ae);
dimag=imag(d);
plot(w*30/3.1416,dimag/3.1416/2,w*30/3.1416,w/3.1416/2,'*')
hold on
end
axis([0 60000 160 210])
xlabel('转速 w/ rpm');
ylabel('涡动频率 P/Hz');
end
end
end
end
end
end

```

附录 B 复刚度临界转速分布图程序

```

dens=7800;
pi=3.1416;
dr0=50/1000;
drf1=40/1000;
drf2=34/1000;
drf3=25/1000 ;
drfad1=90/1000;
drfad2=50/1000;
drfad3=54.4/1000 ;
drfad4=42/1000;
hrf1=44/1000;
hrf2=70/1000;
hrfad1=6/1000;
hrfad2=6/1000;
hrfad3=44/1000;
hrfad4=45/1000;
hrfad5=18/1000;
h=372/1000;
hr=332/1000;

```

```

hrb=177/1000;
drho1=14/1000;
hrho1=40/1000 ;
hrf3=hr-hrb-hrf1-hrf2;
drb1=35.4/1000;
drb2=32/1000;
drb3=24/1000;
drb4=18/1000;
drbad1=56/1000;
drbad2=44/1000;
drbad3=54.4/1000;
drbad4=42/1000;
drbad5=32/1000;
hrb1=61/1000;
hrb2=96/1000;
hrb3=28/1000;
hrbad1=61/1000;
hrbad2=28/1000;
hrbad3=40/1000;
hrbad4=20/1000;

hr0=hrb-hrb1-hrb2;
hrb4=h-hr-hrb3;
r3=drf2/2;r(4)=drf2/2;r(5)=drf2/2;r(6)=drf2/2;
rph(4)=drfad4/2;rph(5)=drfad3/2;rph(6)=drfad3/2;
r(7)=drf1/2;r(8)=drf1/2;r(9)=drf1/2;r(10)=drf1/2;r(11)=drf1/2;
rph(7)=drfad2/2;rph(8)=drfad2/2;rph(9)=drfad2/2;rph(10)=drfad1/2;rph(11)=drfad2/2;
r(12)=dr0/2;r(13)=dr0/2;
rph(12)=r(12);rph(13)=dr0/2;
r(14)=drb1/2;r(15)=drb1/2;r(16)=drb1/2;r(17)=drb1/2;
rph(14)=drbad1/2;rph(15)=drbad1/2;rph(16)=drbad1/2;rph(17)=drbad1/2;
r(18)=drb2/2;r(19)=drb2/2;r(20)=drb2/2;r(21)=drb2/2;r(22)=drb2/2;r(23)=drb2/2;r(24)=drb2/2;
rph(18)=drbad2/2;rph(19)=drbad2/2;rph(20)=drbad3/2;rph(21)=drbad3/2;rph(22)=drbad4/2;rph(23)=drbad4/2;rph(24)=drb2/2;
r(25)=drb3/2;r(26)=drb3/2;rph(25)=drb3/2;rph(26)=drb3/2;
r(27)=drb4/2;rph(27)=drbad5/2;r(28)=drb4/2;rph(28)=drbad5/2;
N=192;
Aa=3.41*1e-4;
Ab=2.86*1e-4;
I0=1.5;
v=0.8; %漏磁系数
katheta=-v*4*pi*1e-7*N^2*Aa*cos(22.5/180*pi)*10^2/(0.3*1e-3)^3;%-0.973e6;

```

```

kai=v*4*pi*1e-7*N^2*Aa*cos(22.5/180*pi)*I0/(0.3*1e-3)^2;%194.59;
kbtheta=-v*4*pi*1e-7*N^2*Ab*cos(22.5/180*pi)*I0^2/(0.3*1e-3)^3;
kbi=v*4*pi*1e-7*N^2*Ab*cos(22.5/180*pi)*I0/(0.3*1e-3)^2;
kac=20000;
Tad=0.001;
kbc=20000;
Tbd=0.001;
Tai=10;
Tbi=10;
for w=2*pi*linspace(10,6500,1000);
k11=(kai*kac+katheta-2.5.*w.^2)+(kai*(kac*Tad.*w-kac/Tai./w))*sqrt(-1),k21=(kbi*kbc+kbtheta
-2.5.*w.^2)+(kbi*(kbc*Tbd.*w-kbc/Tbi./w))*sqrt(-1);%广义刚度（包含阻尼）

E=2.07e11;
m(1)=pi*(drf3^2-drho1^2)/4*(hrf3/4)*dens;
Jdm1=m(1)/12*(3*(drf3/2)^2+4*(hrf3/4)^2)-pi*(drho1^2)/4*(hrf3/4)*dens/12*(3*(drho1/2)^2+4
*(hrf3/4)^2);
Jpm1=pi*(drf3^2)/4*(hrf3/4)*dens/2*(drf3/2)^2-pi*(drho1^2)/4*(hrf3/4)*dens/2*(drho1/2)^2;
l1=hrf3/2;
I1=pi/64*drf3^4-pi/64*drho1^4;
Tm{1}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm1-Jdm1).*w^2 1 0;m(1).*w^2 0 0 1];
Tmt{1}=[1 l1 l1^2/(2*E*I1) l1^3/(6*E*I1);0 1 l1/(E*I1) l1^2/(2*E*I1);0 0 1 l1;0 0 0 1];

l2=hrf3/2;
ma2=m(1);
mb2=m(1);
m(2)=ma2+mb2;
Jdm2=2*Jdm1;
Jpm2=2*Jpm1;
l2=l1;
Tm{2}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm2-Jdm2).*w^2 1 0;m(2).*w^2 0 0 1];
Tmt{2}=[1 l2 l2^2/(2*E*I2) l2^3/(6*E*I2);0 1 l2/(E*I2) l2^2/(2*E*I2);0 0 1 l2;0 0 0 1];

l3=hrf2-hrfad4-hrfad5;
ma3=m(1);
mb3=pi*(r3)^2*(l3/2)*dens;
m(3)=ma3+mb3;
Jdm3=Jdm1+mb3/12*(3*(r3)^2+4*(l3/2)^2);
Jpm3=Jpm1+mb3/2*(r3)^2;
l3=pi/64*(2*r3)^4;
Tm{3}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm3-Jdm3).*w^2 1 0;m(3).*w^2 0 0 1];
Tmt{3}=[1 l3 l3^2/(2*E*I3) l3^3/(6*E*I3);0 1 l3/(E*I3) l3^2/(2*E*I3);0 0 1 l3;0 0 0 1];

```

```

l(4)=hrfad5;l(5)=hrfad4/2;l(6)=l(5);l(7)=(hrfad3-hrfad1*2-hrfad2)/2;
l(8)=l(7);l(9)=hrfad1;l(10)=hrfad2;l(11)=hrfad1;l(12)=hr0/2;l(13)=l(12);
l(14)=hrb1/4;l(15)=l(14);l(16)=l(15);l(17)=l(16);l(18)=hrbad2/2;%非参数化
l(19)=l(18);l(20)=hrbad3/2;l(21)=l(20);l(22)=hrbad4/2;l(23)=l(22);l(24)=hrb1+hrb2-hrbad1-hrbad
2-hrbad3-hrbad4;
l(25)=hrb3/2;l(26)=l(25);l(27)=0.004;l(28)=0.009;
mb(3)=mb3;l(3)=l3;r(3)=r3;rph(3)=r3;
for i=4: 28;

ma(i)=mb(i-1);
mb(i)=r(i).^2.*(l(i)/2)*dens*pi;
mad(i)=pi*(rph(i-1)^2-(r(i-1))^2)*(l(i-1)/2)*dens;
mbd(i)=pi*(rph(i)^2-(r(i))^2)*(l(i)/2)*dens;
m(i)=ma(i)+mb(i)+mad(i)+mbd(i);
Jdm(i)=(ma(i)+mad(i))/12.*(3.*(rph(i-1)).^2+4*(l(i-1)/2).^2)+(mb(i)+mbd(i))/12.*(3.*(rph(i)).^2
+4*(l(i)/2).^2);%ma(i)/12.*(3.*(r(i-1)).^2+(l(i-1)/2).^2)+mb(i)/12.*(3.*(r(i)).^2+(l(i)/2).^2);
Jpm(i)=(ma(i)+mad(i))/2.*(rph(i-1)).^2+(mb(i)+mbd(i))/2.*(rph(i)).^2;%ma(i)/2.*(r(i-1)).^2+mb(
i)/2.*(r(i)).^2;
l(i)=pi/64*(2*r(i)).^4;
Tm{i}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm(i)-Jdm(i))*w^2 1 0;m(i)*w^2 0 0 1];
Tmt{i}=[1 l(i) l(i).^2./(2*E.*l(i)) l(i).^3./(6*E.*l(i));0 1 l(i)./(E.*l(i)) l(i).^2/(2*E.*l(i));0 0 1
l(i);0 0 0 1];
end
Tm{6}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm(6)-Jdm(6))*w^2 1 0;m(6)*w^2-k11 0 0 1];
Tm{21}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm(21)-Jdm(21))*w^2 1 0;m(21)*w^2-k21 0 0 1];

ma(29)=mb(28);
mb(29)=0;
m(29)=ma(29)+mb(29);
Jdm(29)=ma(29)/12*(3*r(28)^2+4*(l(28)/2)^2);
Jpm(29)=ma(29)/2*(r(28))^2;
Tm{29}=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 (Jpm(29)-Jdm(29))*w^2 1 0;m(29)*w^2 0 0 1];

s{1}=zeros(2,2);
for i=2: 29
T{i}=Tm{i}*Tmt{i-1};
end
T{1}=Tm{1};
*****
for i=2: 29
s{i}=(T{i}(3: 4,1: 2)+T{i}(3: 4,3: 4)*s{i-1})/(T{i}(1: 2,1: 2)+T{i}(1: 2,3: 4)*s{i-1});

```

end

```
PPP=s{29}(1,1)*s{29}(2,2)-s{29}(2,1)*s{29}(1,2);%det(T(3: 4,1: 2))
```

```
plot(w/pi/2,PPP/abs(max(PPP)), 'd')
```

```
hold on
```

end

```
axis([10/pi/2 max(w)/pi/2 -2 2])
```

```
grid
```

```
Jpm(1)=Jpm1;Jpm(2)=Jpm2;Jpm(3)=Jpm3;Jdm(1)=Jdm1;Jdm(2)=Jdm2;Jdm(3)=Jdm3;
```

```
*****
```

附录 C 复刚度临界转速振型分布图程序：（代换附录 B 上部分 ‘*’ 线包括的程序）

```
for i=2: 29
```

```
s{i}=(T{i}(3: 4,1: 2)+T{i}(3: 4,3: 4)*s{i-1})/(T{i}(1: 2,1: 2)+T{i}(1: 2,3: 4)*s{i-1});
```

end

```
q{30}=[1,(-s{29}(1,1)/s{29}(1,2)),0,0]';
```

```
for i=30: -1: 2
```

```
q{i-1}=(T{i-1}(1: 2,1: 2)+T{i-1}(1: 2,3: 4)*s{i-1})\q{i}(1: 2,1);
```

end

```
l(1)=l1;l(2)=l2;lx(1)=0;
```

```
for i=1: 28
```

```
lx(i+1)=lx(i)+l(i);
```

end

```
for i=2: 30
```

```
qx(i-1)=q{i}(1);
```

end

```
plot3(lx,qx/max(abs(qx)),w/2/pi*ones(1,29));
```

```
hold on
```

end

```
grid
```

```
plot(0.0885,0,'*',0.284,0,'*')
```

附录 D 转子动刚度图(复阻尼图)

```
lbB=0.098;
```

```
lbA=0.1001;
```

```

lsB=0.1295;
lsA=0.1301;
m=4.94;
pi=3.1416;
Jr=0.0356;
Ja=0.001794;
pi=3.1416;N=192;
Aa=3.41*1e-4;
Ab=2.86*1e-4;
I0=1.5;
v=0.8; %漏磁系数
katheta=-v*4*pi*1e-7*N^2*Aa*cos(22.5/180*pi)*I0^2/(0.3*1e-3)^3;%-0.973e6;
kai=v*4*pi*1e-7*N^2*Aa*cos(22.5/180*pi)*I0/(0.3*1e-3)^2;%194.59;
kbtheta=-v*4*pi*1e-7*N^2*Ab*cos(22.5/180*pi)*I0^2/(0.3*1e-3)^3;
kbi=v*4*pi*1e-7*N^2*Ab*cos(22.5/180*pi)*I0/(0.3*1e-3)^2;
for kac=20000;
for Tad=0.001;
for kbc=20000;
Tbd=0.001;
for Tai=10;
Tbi=10;
M=[m      0      0      0
    0      Jr      0      0
    0      0      m      0
    0      0      0      Jr];
G=[0      0      0      0
    0      0      0     -Ja
    0      0      0      0
    0      Ja      0      0];
B=[1      0      1      0
    lbA     0     -lbB     0
    0      1      0      1
    0     -lbA     0     lbB];
C=[1      lsA      0      0
    0      0      1     -lsA
    1     -lsB      0      0
    0      0      1     lsB];
Kc=-[katheta 0 0 0;0 katheta 0 0;0 0 kbtheta 0;0 0 0 kbtheta]*B*B'+[kai*kac 0 0 0;0 kai*kac 0 0;0
0 kbi*kbc 0;0 0 0 kbi*kbc]*B*B';
Dc=[kai*kac*Tad 0 0 0;0 kai*kac*Tad 0 0;0 0 kbi*kbc*Tbd 0;0 0 0 kbi*kbc*Tbd]*B*B';
B1=[kai*kac*Tad 0 0 0;0 kai*kac*Tad 0 0;0 0 kbi*kbc*Tbd 0;0 0 0 kbi*kbc*Tbd]*B;
B2=[kai*kac 0 0 0;0 kai*kac 0 0;0 0 kbi*kbc 0;0 0 0 kbi*kbc]*B;

```

```

Z=[kai*kac/Tai 0 0 0;0 kai*kac/Tai 0 0;0 0 kbi*kbc/Tbi 0;0 0 0 kbi*kbc/Tbi]*B*C;
for w=logspace(-1,3.3,300)%linspace(1,2*3.1416*600,300);
Ae=[zeros(4,4) eye(4,4) zeros(4,4);zeros(4,4) zeros(4,4) eye(4,4);-inv(M)*Z -inv(M)*Kc
-inv(M)*(w*G+Dc)];
d=eig(Ae);
dimag=imag(d);
k1=sqrt((kai*kac+katheta-2.5.*w.^2).^2+(kai*(kac*Tad.*w-kac/Tai./w)).^2),c1=kai*(kac*Tad-kac/Tai./w),k2=sqrt((kbi*kbc+kbtheta-2.44.*w.^2).^2+(kbi*(kbc*Tbd.*w-kbc/Tbi./w)).^2),c2=kbi*(kbc*Tbd-kbc/Tbi./w)
k11=(kai*kac+katheta-2.5.*w.^2)+(kai*(kac*Tad.*w-kac/Tai./w))*sqrt(-1);k21=(kbi*kbc+kbtheta-2.5.*w.^2)+(kbi*(kbc*Tbd.*w-kbc/Tbi./w))*sqrt(-1);%广义刚度（包含阻尼）
loglog(w*30/3.1416,k1,'*',w*30/3.1416,k2,'*') %动刚度
%semilogx(w*30/3.1416,c1,'*',w*30/3.1416,c2,'*') %复阻尼
hold on
end
xlabel('转速 w/ rpm');
ylabel('动刚度 N/m');
end
end
end
end
end
end
grid

```

附录 E 稳定性零、极点图，根轨迹图程序

```

kd=9000;
ki=194.59;
td=0.0016;
tdd=0.0005;
m=2.47;
kthta=0.973e6;
num1=[ki*kd*td ki*kd];
den1=[tdd*m m (ki*kd*td-tdd*kthta) (ki*kd-kthta)];
bode(num1,den1)
subplot(2,1,1)
pzmap(num1,den1)
hold on
subplot(2,1,2)
num=[ki*td ki];
den=[tdd*m m (-tdd*kthta) (-kthta)];
rlocus(num,den)

```

hold on

附录 F 准确度零、极点图，根轨迹图程序

```
kd=9000;
ki=194.59;
td=0.0016;
tdd=0.0005;
m=2.47;
kthta=0.973e6;
for ti=0.005;
for Ki=0.1;
num1=[ki*Ki*kd*ti*td Ki*ki*kd*(ti+td) Ki*ki*kd];
den1=[ti*tdd*m ti*m ti*(ki*kd*td-tdd*kthta)+ki*Ki*kd*ti*td ti*(ki*kd-kthta)+Ki*ki*kd*(ti+td)
Ki*ki*kd];
subplot(2,1,1)
pzmap(num1,den1)
hold on
subplot(2,1,2)
num=[ki*Ki*kd*ti*td Ki*ki*kd*(ti+td) Ki*ki*kd];
den=[ti*tdd*m ti*m ti*(ki*kd*td-tdd*kthta) ti*(ki*kd-kthta) 0];
rlocus(num,den)
axis([-2000 500 -2000 2000])
hold on
end
end
```

附录 G Bode 图程序

```
omga=2*3.1416*186;
e=15;%0.05;
Tr=200;
Tj=2;
num=0.1*9000*194.59*conv(conv([1 0 omga^2],[0.005 1]),[0.000027 1]);
den1=conv(conv(conv(conv(conv([0.000027 1],[1 e*Tr omga^2-e*Tj*omga]),[0.005 0]),[0.0005
1]),[0.00016 1]),[2.47 0 -973000])
den=0.1*9000*194.59*conv([0 1 0 omga^2],[0 0 0 0.005 1])+9000*194.59*conv(conv([0.0016
1],[1 e*Tr omga^2-e*Tj*omga]),[0 0 0 0.005 0])+den1;
bode(num,den)
grid
```

主要参考文献

- [1] 胡业发, 余先涛, 郭顺生等. 基于结构动态特性的磁力轴承转子系统的设计. 机械工程学报, 2000, 36 (2): 15~17
- [2] 胡业发. 基于结构动态特性的磁悬浮主轴系统的研究: [博士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学, 2001
- [3] 吴华春. 磁悬浮主轴软件系统的研究: [硕士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学, 2001
- [4] (瑞士) Schweitzer G, Traxler A, Bleuler H 著. 主动磁轴承基础、性能及应用. 虞烈, 袁崇军译. 北京: 新时代出版社, 1997
- [5] 孟光. 转子动力学研究的回顾与展望. 振动工程学报, 2002, 15(1): 1~8
- [6] Nonami K, Yamanaka T, Tominaga M. Vibration and Control of a Flexible Rotor Supported by Magnetic Bearings. JSME International Journal, 1990, 33(4): 475~482
- [7] Carabelli S, Genta G. Nonlinear Rotor Dynamic Behaviour of Rotors on Active Magnetic Bearings. Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Lancaster, USA, 1998. Lancaster: Technomic Publishing Co. INC, 1998. 609~617
- [8] Carrere F, Font S. H8 Control Design of Flexible Rotor Magnetic Bearing System. Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, ETH Zurich, Switzerland, 1994. Zurich: Verlag der Fachvereine Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, 1994. 65~72
- [9] 苏义鑫, 王娟, 胡业发. 磁悬浮轴承的变参数 PID 控制. 武汉理工大学学报 (信息与管理工程版), 2004, 26 (2): 35~37
- [10] 张文著. 转子动力学理论基础. 北京: 科学出版社, 1990
- [11] (俄) A.C. 克利宗, Ю. И. 齐曼斯基, Б. И. 雅科夫列夫著. 转子动力学弹性支承. 董师予译, 汪一麟校. 北京: 科学出版社, 1987
- [12] 程耀东编著. 机械振动学. 杭州: 浙江大学出版社, 1990
- [13] 温熙森, 陈循, 徐永成等编著. 机械系统建模与动态分析. 北京: 科学出版社, 2004
- [14] 谢振宇, 徐龙祥, 李迎等. 磁悬浮轴承转子系统的稳定性及动态特性分析. 机械科学与技术, 2004, 23(7)
- [15] 谢振宇, 徐龙祥, 李迎等. 磁悬浮轴承转子系统动态特性的实验研究. 航空动力学报, 2004, 19(1), 30~37
- [16] 朱礼进, 汪希平, 王文等. 磁悬浮支承转子系统动力学特性的实验研究. 上海大学学报 (自然科学版), 2002, 6
- [17] 钟一谔, 何衍宗, 王正等. 转子动力学. 北京: 清华大学出版社, 1987
- [18] 苏健, 何钦象, 李旗等. 基于 MATLAB 软件的高速磁浮主轴的动态特性分析. 机械研究与应用, 2001, 14(1)
- [19] 赵鹏. 磁悬浮转子系统动态特性研究: [硕士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学, 2005
- [20] 刘颖. 磁浮轴承-转子系统动态特性研究: [硕士学位论文]. 西安: 西安理工大学, 2003
- [21] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波等. 高等转子动力学—理论、技术与应用. 北京: 机械工业出版社, 2000
- [22] 欧园霞, 李彦. 转子动力特性计算中常用方法的对比分析. 航空动力学报, 1994, 9(2)

- [23] 汪慰军,吴昭同,虞文华等.转子-轴承系统稳定性的非线性动力学分析.机械科学与技术,1998,17(4)
- [24] 史亚杰,王孝利,洪杰等.柔性转子动力特性研究.航空发动机,2005,31(1)
- [25] 胡业发,王晓光,吴华春.磁力轴承支承特性的研究与仿真.武汉理工大学学报(信息与管理工程版),2001,23(4)
- [26] 何钦象,刘颖.磁浮轴承-转子系统非线性动态特性分析.应用力学学报,2004,21(3)
- [27] G.ADILETTA,A.R.GUIDE,C.ROSSI.Nonlinear Dynamics of a Rigid Unbalanced Rotor in Journal Bearing,PartI: Theoretic alanalysis[J],Non-linear Dynamics,1997,14: 57~87
- [28] 张欢,陈绍汀.转子-轴承系统分岔行为研究[J].应用力学学报,1994,11(3)
- [29] 郭力.子结构传递矩阵法、有限元素法和模态综合法应用于转子动力特性计算时的对比分析. Power System Engineerin,1999
- [30] 张新江,武新华,夏松波等.弹性转子-轴承-基础系统的非线性振动研究.振动工程学报,2001,14(2)
- [31] 汪希平,张直明,于良等.轴向磁悬浮轴承的力学特性分析.应用力学学报,2000,17,(3)
- [32] H.Ming Chen.Magnetic Bearing and Flexible Rotor Dynamics.Tribology Transactions, 1989, 32(1): 9~15
- [33] 赵雷,丛华,赵鸿宾.可控磁悬浮轴承刚度与阻尼特性研究.清华大学学报(自然科学版),1999,39(4): 96~99
- [34] 张钢,李松生,张建生.磁悬浮轴承-转子系统的机电耦合动力学模型.机械科学与技术,2003,22(增刊)
- [35] 吴华春,胡业发,江征风.柔性磁悬浮转子动态特性的研究.机械工程与自动化,2005,5
- [36] Hideo Shida, Mitsuhiro Ichihara, Kazuto Seto. Motion and Vibration Control of Flexible Rotor Using Magnetic Bearings[A]. Proc.of the 8th Int.Symp.on Magnetic Bearings[C].Japan, 2002.381~386
- [37] An-Chen Lee, Foam-Zone Hsiao. Optimum design of the magnetic Bearing Controlled Rotor System. Proc of 4th.Int. Symp. on Magnetic Bearings. ETH Zurich,1994.139~144
- [38] Y.Zhuraviyov . Linear-Quadratic Optimal Control of Active Magnetic Bearings for High Speed Rotor. Proc. of the 6th International Symposium on Magnetic Bearings. Cambridge, Massachusetts,USA,1998.587~596
- [39] Michel Lalanne, Guy Ferraris. Rotordynamics Prediction in Engineering(2nd Edition) [M].New York: John Wiley & Sons Ltd,1997
- [40] 王彤宇.电磁轴承系统刚度与阻尼特性的研究. 长春理工大学学报.2004,27(3): 4~6
- [41] Hirochika Ueyama.Koyo Seiko Co.Ltd.Helium Cold Compressor with Active Magnetic Bearings. Proc. of the 7th International Symposium on Magnetic Bearings. ETH Zurich,2000.1~6
- [42] Florian Losch,Philipp Buhler.Identification and Automated Controller Design for Rigid Rotor AMB System. Proc. of the 7th International Symposium on Magnetic Bearings. ETH Zurich,2000.57~62
- [43] 汪希平.电磁轴承系统的刚度阻尼特性分析.应用力学学报,1997,14(3): 95~100
- [44] 吴华春.磁力轴承支承的转子动态特性研究:[博士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学,2005
- [45] 杨静,虞烈.电磁轴承过临界转速的非线性极点配置.轴承,2002,11: 1~4
- [46] Hyeong-Joon Ahn, In-Hwang Park, Jong-Hyuk, etc. Design and Rotor Dynamic Modeling of

High Speed Milling Spindle Supported with AMB. Proceedings of the 8th International Symposium on Magnetic Bearings, Mito, Japan, 2002. 375~380

[47] Hu Yefa, Wu Huachun, Wang Xiaoguang, etc. Inversion of Magnetic Bearing Sensors' Position. Proceedings of the Second International Symposium on Instrumentation Science and Technology, Jinan, China, 2002. 706~709

[48] 范素香, 曹广忠, 段吉安. 单自由度电磁轴承系统的起动性能分析. 深圳大学学报理工版, 2004, 21(1): 54~60

[49] 王希平. 电磁轴承系统及其仿真方法. 上海大学学报(自然科学版), 1995, 13: 293~301

[50] Tomoaki Takami, Michihiro Kawanishi, Hiroshi Kanki. Advanced Control for Active Magnetic Bearing (Robust Control for Flexible Rotor Magnetic Bearing Considering Spillover and Gyroscopic Effects). 8th International Symposium on Magnetic Bearing, 2002, Mito, Japan. 439~444

[51] 张志涌等编著. 精通 MATLAB 6.5 版[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003. 3

[52] R. Herzog, P. Biihler, C. Gihler, etc. Unbalance Compensation Using Generalized Notch Filters in the Multivariable Feedback of Magnetic Bearings[J]. IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., 4(5), 1996. 580~586

[53] B. Polajzer, J. Ritonja, G. Stumberger, etc. Decentralized PI/PD Position Control for Active Magnetic Bearings. Electrical Engineering, Springer-Verlag, 16, 2005

[54] 孙岩桦, 罗岷, 虞烈. 基于自适应陷波器的电磁轴承不平衡补偿方法. 振动工程学报, 2000, 13(4): 610~615

[55] 汪洪礼, 张新生, 刘勇等. 磁浮轴承的控制和动态过程研究. 机械工程学报, 1994, 30(6): 41~46

[56] 汪希平, 袁崇军, 谢友柏. 电磁轴承系统控制参数与稳定性的关系分析. 机械工程学报, 1996, 32(3): 65~69

[57] 汪希平 陈学军. 陀螺效应对电磁轴承系统设计的影响. 机械工程学报, 2001, 30(6): 48~52

攻读硕士学位期间发表的论文

1. 张小俭, 胡业发. 控制参数对刚性磁悬浮转子模态的影响. 机械设计 (已录用)

致谢

本文是在导师胡业发教授悉心指导下完成的。从课题的选题到论文的写作处处凝结着导师的心血。导师严谨求实、勇于创新的工作作风，循循善教、体贴关心的教育方式，使作者受益终身。导师在繁忙的工作中抽出大量的时间对作者进行指导，提出了许多宝贵的意见，使得作者顺利完成论文工作。在此谨向导师表示衷心的感谢，并致以崇高的敬意！

在研究生阶段乃至论文的研究过程中，丁国平博士、吴华春博士、张薇薇博士等给予了作者许多的指导和建议，使作者受益颇多，在此表示衷心的感谢！

感谢课题组的张斌、薛斌等硕士在论文研究工作中给予作者的帮助和支持！

作者在研究生学习和研究工作中，得到了王晓光教授、张锦光副教授、文湘隆博士、刘小静博士等的支持、鼓励和帮助；给予作者支持和帮助的还有郭昉、张伟以及实验室的全体成员，在此表示衷心的感谢！

张小俭

二〇〇七年五月

于武汉理工大学